

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**Инженерно-физический факультет высоких технологий**  
**Кафедра радиофизики и электроники**

*А. Л. Семенов*

## **ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД**

**Методические указания к лабораторным работам**

Ульяновск

2020

УДК 621.38

ББК 32.85

*Печатается по решению Ученого совета инженерно-физического факультета высоких технологий Ульяновского государственного университета (протокол № 2-20/02-19 от 18.02.2020)*

**Рецензент:**

к.ф.-м.н., доцент кафедры ФМПИ УлГУ *Ю. Ф. Наседкина*

**Семенов А. Л.**

**С ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД:** методические указания к лабораторным работам

/ А. Л. Семенов. – Ульяновск : УлГУ, 2020. – 29 с.

Пособие содержит описания 11 лабораторных работ по исследованию свойств электрического волновода, таких как закон дисперсии, коэффициент передачи и коэффициент полезного действия волновода, зависимость входного сопротивления волновода от его относительной длины и сопротивления нагрузки, зависимость коэффициента ослабления волновода от частоты. Предназначено для студентов инженерных и физических специальностей университетов.

УДК 621.38  
ББК 32.85

© Семенов А. Л., 2020

© Ульяновский государственный университет, 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

Описание волновода.....	4
<i>Лабораторная работа №1</i>	
Распределение напряжения вдоль волновода.....	5
<i>Лабораторная работа №2</i>	
Зависимость входного сопротивления волновода от его относительной длины .....	8
<i>Лабораторная работа №3</i>	
Зависимость входного сопротивления волновода от сопротивления нагруз- ки .....	11
<i>Лабораторная работа №4</i>	
Закон дисперсии волновода.....	13
<i>Лабораторная работа №5</i>	
Зависимость коэффициента ослабления волновода от частоты.....	15
<i>Лабораторная работа №6</i>	
Зависимость времени задержки сигнала в волноводе от частоты.....	17
<i>Лабораторная работа №7</i>	
Коэффициент полезного действия волновода.....	19
<i>Лабораторная работа №8</i>	
Коэффициент бегущей волны.....	21
<i>Лабораторная работа №9</i>	
Резонансные частоты резонатора.....	23
<i>Лабораторная работа №10</i>	
Форма резонансной кривой резонатора.....	25
<i>Лабораторная работа №11</i>	
Коэффициент передачи волновода.....	26
Литература.....	29

## Описание волновода

Волновод представляет собой цепную схему (рис.1) из  $N=17$  одинаковых симметричных П-образных LC звеньев (рис.1а), соединенных последовательно. Параметры звеньев: емкость конденсатора  $C=0.1$  мкФ, индуктивность  $L=16$  мГн и активное сопротивление  $R=6.3$  Ом катушки индуктивности указаны на лицевой панели. На входе волновода включается токоограничивающее сопротивление 47 Ом, а на выходе - сопротивление нагрузки  $Z_n$ . Вольтметр можно подключать к любому узлу  $n=0, 1, \dots, 17$ .

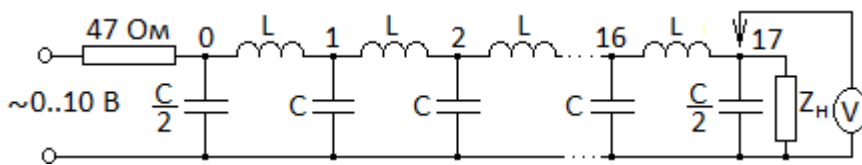


Рис.1

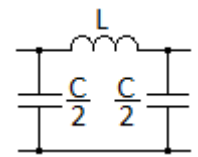


Рис.1а

В волноводе могут распространяться волны напряжения и тока. Напряжение и ток на выходе  $n$ -го звена:

$$U_n = A_1 e^{-cn+i(\omega t - \beta n)} + A_2 e^{cn+i(\omega t + \beta n)}; \quad (1)$$

$$I_n = (A_1 e^{-cn+i(\omega t - \beta n)} - A_2 e^{cn+i(\omega t + \beta n)}) / Z; \quad (1a)$$

где  $\omega$  – циклическая частота;  $\alpha$  – коэффициент ослабления;  $\beta$  – коэффициент фазы;  $t$  – время;  $Z$  - комплексное волновое сопротивление волновода;  $A_1 \exp(-\alpha n)$ ,  $A_1$ ,  $\Phi_1 = \omega t - \beta n$  – амплитуда, начальная амплитуда и фаза прямой волны;  $A_2 \exp(\alpha n)$ ,  $A_2$ ,  $\Phi_2 = \omega t + \beta n$  – амплитуда, начальная амплитуда и фаза обратной волны. Коэффициент фазы  $\beta = \Phi_1(n) - \Phi_1(n+1)$  равен разности фаз волны на соседних узлах ( $\beta$  показывает набег фазы волны при прохождении одного звена). Изменение фазы на длине волны равно  $2\pi$ , поэтому величина  $2\pi/\beta$  равна длине волны. Длина ослабления  $s_0$  – это расстояние, на котором амплитуда волны убывает в  $e \approx 2.72$  раза. Коэффициент ослабления  $\alpha = 1/s_0$ .

Если  $\beta \ll \pi$  (длинноволновое приближение),  $R \ll \omega L$  (слабое поглощение), то

$$Z \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = 400 \text{ Ом} , \quad \alpha \approx \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \approx \frac{R}{2Z} \approx 0.0079, \quad \beta \approx \omega \sqrt{LC} . \quad (2)$$

Ослабление амплитуды волны на всем волноводе составляет  $e^{-\alpha N} \approx 0.87$ .

### *Лабораторная работа №1*

## **Распределение напряжения вдоль волновода**

### *Общие сведения*

Закон Ома для сопротивления нагрузки  $Z_H$

$$U_N = Z_H I_N \quad (3)$$

является граничным условием на выходе волновода. Вместо уравнений (1), (1a) удобнее использовать уравнения, в которых  $n \rightarrow n-N$  (начальные амплитуды  $A_1$  и  $A_2$  при этом изменятся):

$$U_n = A_1 e^{-\alpha(n-N)+i(\omega t - \beta(n-N))} + A_2 e^{\alpha(n-N)+i(\omega t + \beta(n-N))}; \quad (4)$$

$$I_n = \left( A_1 e^{-\alpha(n-N)+i(\omega t - \beta(n-N))} - A_2 e^{\alpha(n-N)+i(\omega t + \beta(n-N))} \right) / Z; \quad (4a)$$

Подставляя в уравнение (3) соотношения (4), (4a), получаем:

$$A_2 = A_1 \frac{Z_H - Z}{Z_H + Z} . \quad (5)$$

Величину

$$G = \frac{A_2}{A_1} = \frac{Z_H - Z}{Z_H + Z} \quad (6)$$

называют коэффициентом отражения.

Вольтметр измеряет действующее значение напряжения  $u_n$ :

$$u_n^2 = \langle \text{Re}^2(U_n) \rangle_t \equiv \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}^2(U_n(t)) dt , \quad (7)$$

где  $T$  - период колебаний. Подставляя выражение (5) в уравнение (4), с учетом соотношения (7) находим действующее напряжение  $u_n$  на выходе  $n$ -го звена волновода:

1) в согласованном режиме ( $Z_H=Z$ ):

$$u_n = B_1 \exp(\alpha(N-n)), \quad (8a)$$

2) при холостом ходе ( $Z_{\text{н}}=\infty$ ) в пренебрежении затуханием ( $\alpha=0$ ):

$$u_n \approx B_2 |\cos(\beta(N-n))|, \quad (8б)$$

3) при коротком замыкании ( $Z_{\text{н}}=0$ ) в пренебрежении затуханием ( $\alpha=0$ ):

$$u_n \approx B_3 |\sin(\beta(N-n))|, \quad (8в)$$

где  $B_{1,2,3}$  – постоянные коэффициенты.

### Экспериментальная часть

#### Задание

Снять экспериментально распределение действующего напряжения вдоль волновода в согласованном режиме, при холостом ходе и коротком замыкании. Сравнить результаты эксперимента с расчетом.

#### Порядок выполнения работы и расчета

Таб.1.1

№ варианта	1	2	3	4
f, кГц	1.1	1.2	1.3	1.4
$u_{17}$ , В	4	3.5	3	2.5

1. Соберите цепь (рис.1) в режиме согласованной нагрузки. Согласованная нагрузка  $Z_{\text{н}} \approx 400$  Ом набирается из трех последовательно соединенных сопротивлений 220, 150 и 33 Ом. Вольтметр подключите к узлу 17.
2. Включите генератор. Установите частоту f и напряжение  $u_{17}$  из таб.1.1.
3. Измерьте напряжения во всех точках волновода и занесите результаты в таб.1.2.
4. Повторите опыт в режиме холостого хода ( $Z_{\text{н}}=\infty$ ) и при коротком замыкании в конце линии ( $Z_{\text{н}}=0$ ).
5. По формулам (8) рассчитайте распределение напряжения вдоль волновода в трех режимах. Коэффициент фазы вычислите по формуле (2):  $\beta \approx 2\pi f \sqrt{LC}$ . Коэффициенты  $B_{1,2,3}$  определите из условия равенства экспериментальных и теоретических значений напряжения в максимуме:  $\max(u_{\text{эксп}}) = u_{\text{теор}}$ . Результаты занесите в таб.1.2.

6. Постройте графики расчетных зависимостей напряжения  $u(n)$  в трех режимах. На этот график нанесите экспериментальные точки. Сравните эксперимент и теорию.

Таб.1.2

n	Опытные $u$ , В			Расчетные $u$ , В		
	$Z_H = Z$	$Z_H = \infty$	$Z_H = 0$	$Z_H = Z$	$Z_H = \infty$	$Z_H = 0$
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						

### Контрольные вопросы

1. Что называют фазой волны и коэффициентом фазы? Что показывает коэффициентом фазы? Вычислите длину волны при  $\beta=0.1\pi$ .
2. Дайте определение амплитуды волны. Что называют длиной ослабления амплитуды волны и коэффициентом ослабления? Вычислите длину ослабления при  $\alpha=0.01$ .
3. Дайте определение коэффициента отражения. Как он зависит от сопротивления нагрузки и в каких пределах меняется?
4. Чему равна амплитуда отраженной волны  $A_2$  в согласованном режиме, при холостом ходе и при коротком замыкании?
5. Изобразите схематично зависимости  $u_n$  (8) от  $n$  вблизи узла  $N$ .

6. Какое напряжение показывает вольтметр на рис.1, если в волноводе распространяется волна (1)?

### *Лабораторная работа №2*

## **Зависимость входного сопротивления волновода от его относительной длины**

### *Общие сведения*

Входное сопротивление волновода определяется как отношение напряжения к току на его входе  $Z_{вх} = U_0/I_0$ . В волноводе без потерь ( $\alpha=0$ ) из уравнений (4), (4а), (5) находим:

$$Z_{вх} = Z \frac{Z_n + iZ \operatorname{tg}(\beta N)}{Z + iZ_n \operatorname{tg}(\beta N)}, \quad (9)$$

где  $Z_n$  – сопротивление нагрузки,  $Z \approx 400$  Ом – волновое сопротивление,  $N=17$  – число звеньев в цепи. Из соотношения (9) следует, что в согласованном режиме ( $Z_n=Z$ ), при холостом ходе ( $Z_n=\infty$ ) и при коротком замыкании ( $Z_n=0$ ) входные сопротивления волновода равны соответственно:

$$Z_{вх} = Z, \quad Z_{вх} = -iZ \operatorname{ctg}(\beta N), \quad Z_{вх} = iZ \operatorname{tg}(\beta N). \quad (10)$$

Следовательно, при изменении  $\beta N$  от  $\pi/2$  до  $\pi$  входное сопротивление  $|Z_{вх}|$  может принимать любые значения от 0 до  $\infty$ .

Относительная длина волновода  $\delta$  – это отношение длины волновода к длине волны:

$$\delta = \frac{N}{\lambda} = \frac{\beta N}{2\pi}. \quad (11)$$

Относительная длина волновода  $\delta$  показывает, сколько длин волн укладывается на всей длине волновода. Из уравнений (10), (11) получаем входные сопротивления волновода в согласованном режиме ( $Z_n=Z$ ), при холостом ходе ( $Z_n=\infty$ ) и при коротком замыкании ( $Z_n=0$ ) соответственно:

$$Z_{вх} = Z, \quad |Z_{вх}| = Z |\operatorname{ctg}(2\pi\delta)|, \quad |Z_{вх}| = Z |\operatorname{tg}(2\pi\delta)|. \quad (12)$$



Подставляя в уравнение (11) коэффициент фазы  $\beta = \omega\sqrt{LC} = 2\pi f\sqrt{LC}$  (см. формулу (2)), находим частоту

$$f = \frac{\delta}{N\sqrt{LC}} . \quad (13)$$

Таким образом, изменяя частоту  $f$  можно менять относительную длину волновода  $\delta$ . Рассчитанные по формуле (13) частоты  $f$  для различных значений  $\delta$  приведены в таб.2.1.

Таб.2.1

$\delta$	$f$ , кГц	Согласован. режим			Холостой ход			Короткое замыкан.		
		$U_{\text{вх}}$ , В	$I_{\text{вх}}$ , мА	$Z_{\text{вх}}$ , Ом	$U_{\text{вх}}$ , В	$I_{\text{вх}}$ , мА	$Z_{\text{вх}}$ , Ом	$U_{\text{вх}}$ , В	$I_{\text{вх}}$ , мА	$Z_{\text{вх}}$ , Ом
0.25	0.37									
0.3	0.44									
0.35	0.51									
0.4	0.59									
0.45	0.66									
0.5	0.74									
0.55	0.81									
0.6	0.88									
0.65	0.96									
0.7	1.03									
0.75	1.10									
0.8	1.18									
0.85	1.25									
0.9	1.32									
0.95	1.40									
1	1.47									

### Экспериментальная часть

#### Задание

Снять экспериментально зависимость входного сопротивления волновода от его относительной длины в режимах согласованной нагрузки, холостого хода и короткого замыкания. Относительная длина волновода изменяется путем изменения частоты приложенного напряжения. Сравнить результаты измерения с расчетом.

#### Порядок выполнения работы и расчета

1. Соберите цепь согласно рис.1 сначала в режиме согласованной нагрузки. Согласованная нагрузка  $Z_H \approx 400$  Ом набирается из трех последовательно соединенных сопротивлений 220, 150 и 33 Ом. Амперметр для измерения входного тока включите на входе волновода последовательно с токоограничивающим сопротивлением 47 Ом. Вольтметр для измерения входного напряжения подключите к точке  $n=0$  волновода.
2. Включите генератор, установите частоту 0.15 кГц а напряжение входного синусоидального сигнала согласно таб.2.2. Устанавливая частоту согласно таб.2.1, снимите показания вольтметра и амперметра в согласованном режиме ( $Z_H=Z \approx 400$  Ом), при холостом ходе ( $Z_H=\infty$ ) и коротком замыкании ( $Z_H=0$ ).

Таб.2.2

№ варианта	1	2	3	4
$U_{вх}, В$	4	3.5	3	2.5

3. Вычислите входные сопротивления волновода по формуле  $Z_{вх}=U_{вх}/I_{вх}$  и занесите их в таб.2.1.
4. Постройте графики теоретических зависимостей  $|Z_{вх}(\delta)|$  (12). На эти графики нанесите экспериментальные точки таб. 2.1. Сравните эксперимент и теорию.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение входного сопротивления волновода и относительной длины волновода  $\delta$ . Поясните формулу (11).
2. При каких значениях  $\delta$  входное сопротивление волновода становится бесконечным? Нарисуйте схематично зависимости  $|Z_{вх}(\delta)|$  (12).
3. Как связана частота с относительной длиной волновода? Почему?
4. Выведите формулы (10) из формулы (9).
5. Выведите формулу (9).

**Лабораторная работа №3****Зависимость входного сопротивления волновода от сопротивления нагрузки***Общие сведения*

Входное сопротивление волновода определяется как отношение напряжения к току на его входе  $Z_{\text{вх}} = U_0/I_0$ . Из уравнения (9) видно, что в волноводе, длина которого равна четверти длины волны (сдвиг фаз на всем волноводе  $\beta N = \pi/2$ ), входное сопротивление

$$Z_{\text{вх}} = Z^2/Z_{\text{н}} \quad (14)$$

обратно пропорционально сопротивлению нагрузки  $Z_{\text{н}}$ . Из соотношения (14) видно, что для согласованной связи каскада с выходным сопротивлением  $Z_1$  с каскадом с входным сопротивлением  $Z_2$  следует использовать волновод с волновым сопротивлением  $Z = \sqrt{Z_1 Z_2}$ .

В волноводе, длина которого равна половине длины волны (сдвиг фаз на всем волноводе  $\beta N = \pi$ ), входное сопротивление

$$Z_{\text{вх}} = Z_{\text{н}} \quad (15)$$

пропорционально сопротивлению нагрузки  $Z_{\text{н}}$ .

*Экспериментальная часть***Задание**

Для четвертьволнового и полуволнового волновода снять зависимость входного сопротивления от сопротивления нагрузки. Сравнить результаты измерения с теорией.

**Порядок выполнения работы и расчета**

Таб.3.1

№ варианта	1	2	3	4
$U_{\text{вх}}, \text{В}$	4	3.5	3	2.5

1. Соберите цепь согласно рис.1 с нагрузкой  $Z_{\text{н}}=100$  Ом. Амперметр для измерения входного тока включите на входе волновода последователь-

но с токоограничивающим сопротивлением 47 Ом. Вольтметр для измерения входного напряжения подключите к точке  $n=0$  волновода.

2. Включите генератор. Установите напряжение синусоидального сигнала согласно таб.3.1, а частоту 0.368кГц, соответствующую четвертьволновой длине волновода ( $\delta=0.25$ ).
3. Включая в конце волновода различные сопротивления  $Z_{\text{н}}$  из таб.3.2, снимите показания вольтметра и амперметра, включенных в начале волновода. Рассчитайте входное сопротивление по формуле  $Z_{\text{вх}}=U_{\text{вх}}/I_{\text{вх}}$  и величину  $Z^2/Z_{\text{н}}$ . Результаты занесите в таб.3.2. Проверьте выполнимость соотношения (14).
4. При  $Z_{\text{н}}=1$  кОм установите частоту приложенного напряжения 0.735кГц, соответствующую полуволновой длине волновода ( $\delta=0.5$ ). Установите напряжение синусоидального сигнала в соответствии с таб.3.1.
5. Включая в конце волновода различные сопротивления  $Z_{\text{н}}$  (таб.3.3), снимите показания вольтметра и амперметра, включенных в начале волновода. Рассчитайте входное сопротивление по формуле  $Z_{\text{вх}}=U_{\text{вх}}/I_{\text{вх}}$ . Результаты занесите в таб.3.3. Проверьте выполнимость соотношения (15).

Таб.3.2

$Z_{\text{н}}, \text{ Ом}$	100	150	220	330	470	680	1000
$U_{\text{вх}}, \text{ В}$							
$I_{\text{вх}}, \text{ мА}$							
$Z_{\text{вх}}, \text{ Ом}$							
$Z^2/Z_{\text{н}}, \text{ Ом}$							

Таб.3.3

$Z_{\text{н}}, \text{ Ом}$	100	150	220	330	470	680	1000
$U_{\text{вх}}, \text{ В}$							
$I_{\text{вх}}, \text{ мА}$							
$Z_{\text{вх}}, \text{ Ом}$							

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение входного сопротивления волновода и относительной длины волновода  $\delta$ .
2. Выведите формулы (14) и (15) из уравнения (9). Нарисуйте схематично графики зависимости  $Z_{вх}(Z_n)$ .
3. Почему в работе частоту приложенного напряжения берут равной 0.368кГц и 0.735кГц?
4. Каким должно быть волновое сопротивление волновода, согласованно связывающего каскад с выходным сопротивлением  $Z_1$  с каскадом с входным сопротивлением  $Z_2$ ? Почему?

### *Лабораторная работа №4*

## **Закон дисперсии волновода**

### *Общие сведения*

Дифференциальное уравнение для напряжений  $U_n$  на выходе  $n$ -го звена волновода в пренебрежении сопротивлением  $R$  имеет вид:

$$LC \frac{d^2 U_n}{dt^2} = U_{n-1} + U_{n+1} - 2U_n. \quad (16)$$

Подставляя в уравнение (16) решение

$$U_n = Ae^{i(\omega t - \beta n)}, \quad (17)$$

получаем зависимость циклической частоты  $\omega$  от коэффициента фазы  $\beta$ :

$$\omega = \frac{2}{\sqrt{LC}} \left| \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \right|. \quad (18)$$

Коэффициентам фазы  $\beta$  и  $\beta+2\pi$  соответствуют одинаковые решения (17). Поэтому для описания всех возможных решений  $U_n$  достаточно брать  $\beta \in (-\pi, \pi]$ . Эта область значений

$$\beta \in (-\pi, \pi] \quad (19)$$

называется первой зоной Бриллюэна.

Из уравнения (18) находим частоту  $f = \omega / (2\pi)$ :

$$f = f_0 \left| \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \right|, \quad (20)$$

где 
$$f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \approx 7.96 \text{кГц} \quad (21)$$

- верхняя граничная частота полосы пропускания волновода. Зависимость  $f(\beta)$  (20) называется законом дисперсии.

В режиме холостого хода напряжение  $u_n$  определяется формулой (8б). Из этой формулы с учетом выражения (20) следует, что коэффициент фазы

$$\beta = \begin{cases} \arccos(u_{16}/u_{17}), & f < f_0/\sqrt{2} \approx 5.63 \text{кГц} \\ \pi - \arccos(u_{16}/u_{17}), & f > f_0/\sqrt{2} \approx 5.63 \text{кГц} \end{cases}. \quad (22)$$

Зависимость  $\beta(f)$  (22) является монотонно возрастающей.

### Экспериментальная часть

#### Задание

Снять экспериментально закон дисперсии  $f(\beta)$  (где  $f=\omega/(2\pi)$ ) и сравнить результаты эксперимента с расчетом.

#### Порядок выполнения работы и расчета

Таб.4.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_{17}, \text{В}$	4	3.5	3	2.5

Таб.4.2

$f, \text{кГц}$	1	2	3	4	5	6	7	7.5	7.9
$u_{16}, \text{В}$									
$u_{17}, \text{В}$									
$\beta$									

1. Соберите цепь согласно рис.1 в режиме холостого хода ( $Z_H=\infty$ ). Два вольтметра подключите к гнездам 16, 17.
2. Включите генератор. Установите частоту  $f=1\text{кГц}$  и выходное напряжение  $u_{17}$  в соответствии с таб.4.1. Проводя измерения, заполните таб.4.2.

3. В таб.4.2 рассчитайте  $\beta$  по формуле (22). Зависимость  $\beta(f)$  должна быть монотонно возрастающей.
4. Постройте график теоретической зависимости (20), (21) при  $\beta \in [0, \pi]$ . На этот график нанесите экспериментальные точки таб.4.2. Сравните эксперимент и теорию.

### Контрольные вопросы

1. Что называется законом дисперсии? Нарисуйте схематично график зависимости  $f(\beta)$  (20).
2. Что называется первой зоной Бриллюэна? Чем отличаются волны с  $\beta > 0$  и  $\beta < 0$ ?
3. Опишите метод определения коэффициента фазы  $\beta$ . Нарисуйте схематично график зависимости  $u_{16}/u_{17}$  от  $\beta$ .
4. Выведите уравнения (16), (20), (22).

### Лабораторная работа №5

## Зависимость коэффициента ослабления волновода от частоты

### Общие сведения

Из закона дисперсии (20) следует, что при  $f > f_0$  коэффициент

$$\beta = \pi - i\alpha, \quad (23)$$

где  $\alpha$  - коэффициент ослабления волны напряжения (17). Подставляя выражение (23) в формулу (20), получаем:

$$\alpha = \begin{cases} 0, & f < f_0 \\ 2 \operatorname{arcch} \left( \frac{f}{f_0} \right), & f > f_0 \end{cases}, \quad (24)$$

где  $f_0 \approx 7.96$  кГц. Область частот, для которых коэффициент ослабления волны равен нулю, называют полосой пропускания волновода. Из соотношения (24) видно, что полосой пропускания волновода является область  $[0, f_0]$ . Частоту  $f_0$  называют верхней границей полосы пропускания волновода.

## Экспериментальная часть

### Задание

Снять экспериментально зависимость  $\alpha(f)$  и сравнить результаты эксперимента с расчетом.

#### Порядок выполнения работы и расчета

1. Соберите цепь согласно рис.1 в режиме холостого хода ( $Z_H = \infty$ ). Два вольтметра подключите к гнездам 0 и 1.
2. Включите генератор. Установите частоту 4 кГц а напряжение  $u_0$  в соответствии с таб.5.1. Измерьте напряжения  $u_0$ ,  $u_1$  и запишите их в таб.5.2.
3. Изменяя частоту  $f$  в соответствии с таб.5.2, проведите измерения напряжений  $u_0$ ,  $u_1$  и заполните таб.5.2.
4. Занесите в таб.5.2 значения  $\alpha$ , вычисленные по формуле

$$\alpha = \ln\left(\frac{u_0}{u_1}\right). \quad (25)$$

5. По формуле (24) постройте график теоретической зависимости  $\alpha(f)$ . На этот график нанесите экспериментальные точки таб.5.2. Сравните эксперимент и теорию.

Таб.5.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_0$ , В	4	3.5	3	2.5

Таб.5.2

f, кГц	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$u_0$ , В									
$u_1$ , В									
$\alpha$									

#### Контрольные вопросы

1. Покажите, что зависимость (17) при  $\beta = \pi - i\alpha$  описывает стоячую волну? Чему равна ее амплитуда?



2. Что называют коэффициентом ослабления? Какой у него физический смысл? Чем обусловлено ослабление волны напряжения при  $f > f_0$ ?
3. Дайте определение полосы пропускания волновода.
4. Нарисуйте схематично график зависимости  $\alpha(f)$ . Выведите уравнение (24).
5. Объясните формулу (25).

### *Лабораторная работа №6*

## **Зависимость времени задержки сигнала в волноводе от частоты**

### *Общие сведения*

Фазовая (групповая) скорость – это скорость движения точки, в которой фаза (амплитуда) постоянна. Фазовая и групповая скорости равны соответственно:  $v_\phi = \omega/\beta$ ,  $v_{гр} = d\omega/d\beta$ . Из закона дисперсии (20) следует, что при  $f \in [0, f_0]$  фазовая скорость  $v$  гармонической волны в волноводе равна

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\pi f}{\arcsin(f/f_0)}, \quad (26)$$

где  $f_0 \approx 7.96$  кГц (21). При прохождении одного звена время задержки фазы

$$\tau = 1/v. \quad (27)$$

При  $f > f_0$ , как видно из соотношения (23), напряжение на соседних узлах колеблется в противофазе. Сдвиг фаз на  $\pi$  соответствует времени задержки  $\tau = T/2$ , где  $T = 1/f$  – период сигнала. Таким образом, при прохождении одного звена время задержки фазы

$$\tau = \begin{cases} \frac{\arcsin(f/f_0)}{\pi f}, & f \leq f_0 \\ \frac{1}{2f}, & f \geq f_0 \end{cases}. \quad (28)$$

Из формулы (28) видно, что при  $f \rightarrow 0$  время  $\tau \rightarrow 40$  мкс. Максимальное значение  $\tau = 1/(2f_0) \approx 63$  мкс достигается при  $f = f_0 \approx 7.96$  кГц.

### *Экспериментальная часть*

### Задание

Снять экспериментально зависимость  $\tau(f)$  для гармонического сигнала и сравнить результаты эксперимента с расчетом.

#### Порядок выполнения работы и расчета

1. Соберите цепь (рис.1) с нагрузкой  $Z_n=470$  Ом. Включите генератор. Установите частоту 1кГц. Напряжение с гнезд 0 и 1 волновода подайте на каналы 1 и 2 осциллографа. По осциллографу установите амплитуду колебаний  $U_0$  согласно таб.6.1.
2. Измеряя время задержки  $\tau$  для разных частот, заполните таб.6.2.
3. По формуле (28) постройте график теоретической зависимости  $\tau(f)$ . На этот график  $\tau(f)$  нанесите экспериментальные точки таб.6.2. Сравните эксперимент и теорию.

Таб.6.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_0, В$	4	3.5	3	2.5

Таб.6.2

$f, кГц$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\tau, мкс$												

#### Контрольные вопросы

1. Дайте определение фазовой скорости. В каких единицах она измеряется и что показывает? Чему равна фазовая скорость при  $f \ll f_0$ ,  $f=f_0$  и  $f=2f_0$ ?
2. Дайте определение групповой скорости. Предложите метод ее измерения в волноводе.
3. Выведите формулу (28). Нарисуйте схематично график зависимости  $\tau(f)$  (28).
4. Выведите формулу для групповой скорости в зависимости от частоты. Чему равна групповая скорость при  $f \ll f_0$ ,  $f=f_0$  и  $f=2f_0$ ?

*Лабораторная работа №7***Коэффициент полезного действия волновода***Общие сведения*

При распространении волны в волноводе часть энергии волны бесполезно теряется. Для оценки эффективности передачи энергии от источника в нагрузку используют коэффициент полезного действия (КПД)  $\eta$ , который определяется как отношение полезной мощности  $P$  к полной (затрачиваемой) мощности  $P_0$ :

$$\eta = P / P_0 = P_{\text{вых}} / P_{\text{вх}}, \quad (29)$$

где  $P_{\text{вых}}=P$  и  $P_{\text{вх}}=P_0$  – мощность на выходе и входе волновода. Поскольку полезная мощность из-за потерь меньше, чем затрачиваемая, КПД всегда меньше 1. Полезная мощность

$$P = u_{17}^2 / Z_{\text{н}}, \quad (30)$$

где  $u_{17}$  - выходное напряжение,  $Z_{\text{н}}$  - сопротивления нагрузки.

Отраженная от нагрузки волна не переносит полезную энергию. Поэтому для увеличения КПД нужно уменьшать амплитуду  $A_2$  отраженной волны. Из формулы (5) следует, что  $A_2=0$  при  $Z_{\text{н}}=Z$ . Таким образом, КПД максимален в согласованном режиме, когда сопротивление нагрузки  $Z_{\text{н}}$  равно волновому сопротивлению  $Z$ . Теоретическая зависимость  $\eta(Z_{\text{н}})$  имеет вид:

$$\eta = \frac{2x}{(x^2 + 1)\text{sh}(2\alpha N) + 2x\text{ch}(2\alpha N)}, \quad (31)$$

где  $x=Z_{\text{н}}/Z$ ,  $\alpha \approx 0.0079$  (см. формулу (2)),  $N=17$ ,  $\text{sh}(2\alpha N) \approx 0.27$ ,  $\text{ch}(2\alpha N) \approx 1.04$ .

*Экспериментальная часть***Задание**

Исследовать зависимости  $\eta(Z_{\text{н}})$  и  $P(Z_{\text{н}})$ .

**Порядок выполнения работы и расчета**

1. Соберите цепь (рис.7.1) с нагрузкой  $Z_{\text{н}}=4.7\text{кОм}$ . Вольтметр подключите к узлу 17. Включите генератор. Установите синусоидальный сигнал с частотой  $f=1\text{кГц}$  и напряжением  $u_{17}$  в соответствии с таб.7.1.

- Измеряя входную мощность  $P_0$  и выходное напряжение  $u_{17}$  (напряжение в узле 17) для различных сопротивлений нагрузки, заполните таб.7.2. Используя формулы (29), (30), вычислите  $P$  и  $\eta$ ;  $x=Z_{н}/Z$ , где  $Z=400$  Ом.
- Постройте график теоретической зависимости  $\eta(x)$  (31). На этот график нанесите экспериментальные точки таб.7.2. Постройте график экспериментальной зависимости  $P(x)$ . Сделайте выводы.

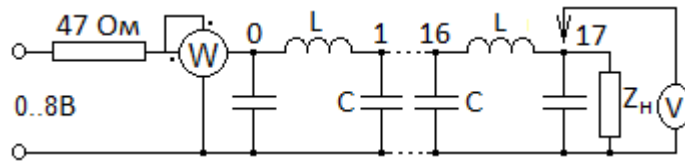


Рис.7.1

Таб.7.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_{17}$ , В	4	3.5	3	2.5

Таб.7.2

$Z_{н}$ , Ом	0	100	220	330	470	680	1000	2200	4700
$P_0$ , мВт									
$u_{17}$ , В									
$P$ , мВт									
$\eta$									
$x=Z_{н}/Z$									

### Контрольные вопросы

- Что называется коэффициентом полезного действия? В каких пределах он меняется?
- Чему равен КПД в режиме холостого хода и при коротком замыкании?
- Как влияет отраженная от нагрузки волна на КПД? При какой нагрузке КПД максимален? Чему он равен?
- Выведите зависимости  $\eta(Z_{н})$  и  $P(Z_{н})$  для постоянного тока.

*Лабораторная работа №8***Коэффициент бегущей волны***Общие сведения*

Волновод используется для передачи волны от источника к нагрузке. Наиболее эффективно передача осуществляется в согласованном режиме, когда отраженная от нагрузки волна отсутствует. В несогласованном режиме отраженная от нагрузки волна не участвует в передаче энергии в нагрузку и снижает эффективность работы волновода.

В пренебрежении затуханием ( $\alpha=0$ ) формулу (4) для напряжения можно записать в виде:

$$\operatorname{Re}(U_n) = A_1 \cos(\omega t - \beta(n - N)) + A_2 \cos(\omega t + \beta(n - N)), \quad (32)$$

где  $A_{1,2}$  - амплитуды волн, падающей и отраженной от нагрузки. Амплитуда  $A_2 = A_1 G$ , где коэффициент отражения  $G$  определяется формулой (6). Методом векторных диаграмм из формулы (32) находим амплитуду колебаний напряжения в узле  $n$ :

$$A(n) = A_1 \sqrt{1 + G^2 + 2G \cos(2\beta(n - N))}. \quad (33)$$

Для характеристики эффективности передачи энергии в нагрузку используют коэффициент бегущей волны (КБВ):

$$\text{КБВ} = u_{\min}/u_{\max} = A_{\min}/A_{\max}; \quad (34)$$

где  $u_{\min}$ ,  $u_{\max}$  - минимальное и максимальное действующее значение напряжения в волноводе;  $A_{\min}$ ,  $A_{\max}$  - минимальное и максимальное значение амплитуды (33). Из соотношения (33) видно, что экстремумы амплитуды колебаний амплитуды находятся в узлах  $n=N$  и  $n=N-\pi/(2\beta)$ . При этом  $A_{\min} = A_1(1 - |G|)$ ,  $A_{\max} = A_1(1 + |G|)$ . Тогда выражение (34) принимает вид:

$$\text{КБВ} = (1 - |G|)/(1 + |G|), \quad (35)$$

Если падающая на нагрузку волна полностью отражается, то  $|G|=1$ , КБВ=0 (эффективность передачи энергии в нагрузку равна нулю). Если отраженная волна отсутствует, то  $|G|=0$ , КБВ=1 (эффективность передачи энергии

в нагрузку равна 100%). Подставляя соотношение (6) в уравнение (35), находим:

$$КБВ = \begin{cases} Z_n / Z, & Z_n \leq Z \\ Z / Z_n, & Z_n \geq Z \end{cases} \quad (36)$$

Величина, обратная КБВ, называется коэффициентом стоячей волны:  $КСВ=1/КБВ$ .

### Экспериментальная часть

#### Задание

Исследовать влияние на КБВ сопротивления нагрузки  $Z_n$ .

#### Порядок выполнения работы и расчета

Таб.8.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_{17}, В$	4	3.5	3	2.5

Таб.8.2

$Z_n, Ом$	0	100	220	330	403	470	570	680	1000
$u_{min}, В$									
$u_{max}, В$									
КБВ									

1. Соберите цепь согласно рис.1 с нагрузкой  $Z_n=1кОм$ . Вольтметр подключите к узлу 17. Включите генератор. Установите синусоидальный сигнал с частотой  $f=0.9кГц$  и напряжением из таб.8.1.
2. Измеряя напряжение в узлах 16 и 17, определите  $u_{min}$  или  $u_{max}$  в узле 17. Результат запишите в таб.8.2. Измеряя напряжение вблизи узла 10, определите  $u_{min}$  или  $u_{max}$  в узле 9-11. Результат запишите в таб.8.2.
3. Повторяя пункт 2 для других сопротивлений нагрузки, заполните таб.8.2. Вычислите КБВ по формуле (34).
4. По формуле (36) постройте теоретическую зависимость КБВ( $Z_n$ ). На эту зависимость нанесите экспериментальные точки таб.8.2. Сравните эксперимент и теорию.

### Контрольные вопросы

1. Что называется коэффициентом бегущей волны? Что он описывает и в каких пределах меняется?
2. Получите формулу (36). Постройте график зависимости КБВ от  $Z_H/Z$ .
3. Что называется коэффициентом стоячей волны? Постройте график зависимости КСВ от  $Z_H/Z$ .
4. Почему соседние экстремумы амплитуды колебаний напряжения находятся в узлах 10 и 17? Где находится минимум и где максимум?
5. В чем состоит метод векторных диаграмм?

### Лабораторная работа №9

#### Резонансные частоты резонатора

##### Общие сведения

Пусть правый конец волновода не нагружен (холостой ход:  $Z_H=\infty$ ), а к левому через резистор  $R=47$  Ом подключен генератор синусоидального напряжения с внутренним сопротивлением  $r$  и ЭДС  $E_0 \cdot \exp(i\omega t)$ . Тогда волновод является резонатором. Граничные условия для волн (1), (1а) волновода имеют вид:

$$I_0 \cdot (r+R) + U_0 = E_0 \cdot \exp(i\omega t), \quad I_N = 0. \quad (37)$$

Первое соотношение (37) является следствием 2-го правила Кирхгоффа для входного контура.

Подставляя в уравнения (37) выражения (1), (1а), в пренебрежении затуханием находим константы  $A_1$  и  $A_2$ . Подставляя их в уравнение (1), получаем действующее напряжение:

$$u_n = \frac{E_0 |\cos(\beta(N-n))|}{\sqrt{2(\cos^2(\beta N) + \sin^2(\beta N)(R+r)^2/z^2)}}. \quad (38)$$

Из соотношения (38) видно, что в случае  $(r+R)^2 < z^2$  напряжение  $u_N$  максимально при условии  $\cos(\beta N) = 0$ . Отсюда находим условие резонанса:

$$\beta_m = \frac{\pi}{N} \left( m - \frac{1}{2} \right), \quad (39)$$

где  $m=1, 2, \dots, N$ . Подставляя выражение (39) в закон дисперсии (20), получаем спектр собственных частот резонатора:

$$f_m = f_0 \sin\left(\frac{\pi(m-0.5)}{2N}\right), \quad (40)$$

где  $f_0 \approx 7.96$  кГц.

### Экспериментальная часть

#### Задание

Определить экспериментально резонансные частоты  $f$  колебаний волновода и сравнить результаты эксперимента с расчетом.

#### Порядок выполнения работы

Таб.9.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_{17}, \text{В}$	4	3.5	3	2.5

Табл.9.2

$m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f_m, \text{кГц}$												

1. Соберите цепь согласно рис.1 в режиме холостого хода ( $Z_{\text{н}}=\infty$ ). Вольтметр подключите к гнезду 17.
2. Включите генератор. Установите частоту 0.2 кГц и напряжение  $u_{17}$  в соответствии с таб.9.1.
3. Увеличивая частоту генератора, определите частоты  $f_m$   $m$ -го максимума напряжения на вольтметре. Заполните таб.9.2.
4. По формуле (40) постройте график теоретической зависимости  $f_m$  и нанесите на него экспериментальные точки таб.9.2. Сравните эксперимент и теорию.

#### Контрольные вопросы

1. Обоснуйте граничные условия (37).
2. Чему равно напряжение  $u_0$  при резонансе?



3. Нарисуйте схематично распределение напряжения  $u_n$  вдоль волновода при колебаниях на 1-ой и 2-ой собственных частотах ( $m=1, m=2$ ).
4. Сколько длин волн укладывается на длине волновода при колебаниях на  $m$ -ой собственной частоте?
5. Напишите граничные условия и ответьте на вопросы 2-4 в случае короткого замыкания выхода волновода.

### *Лабораторная работа №10*

## **Форма резонансной кривой резонатора**

### *Общие сведения*

Пусть правый конец волновода не нагружен (холостой ход:  $Z_H = \infty$ ), а к левому через резистор  $R=47$  Ом подключен генератор синусоидального напряжения с внутренним сопротивлением  $r$  и ЭДС  $E_0 \cdot \exp(i\omega t)$ . Тогда волновод является резонатором.

На низких частотах, когда  $\beta \ll \pi$ , из закона дисперсии (20) находим:

$$\beta \approx 2\pi f / f_0, \quad (41)$$

где  $f_0 \approx 7.96$  кГц. Подставляя соотношение (41) в уравнение (38), получаем напряжение  $u = u_N$  на выходе волновода:

$$u = \frac{E_0}{\sqrt{2(1 - \sin^2(2\pi f / f_0)(1 - (R+r)^2 / Z^2))}}. \quad (42)$$

Из уравнения (42), в частности, следует, что

$$\frac{u_{\max}}{u_{\min}} = \frac{Z}{R+r}. \quad (43)$$

Формула (42) описывает резонансную кривую  $u(f)$  резонатора.

### *Экспериментальная часть*

#### **Задание**

Снять экспериментально зависимость  $u(f)$  резонатора и сравнить результаты эксперимента с расчетом.

#### **Порядок выполнения работы**

1. Соберите цепь согласно рис.1 в режиме холостого хода ( $Z_{\text{н}}=\infty$ ). Вольтметр подключите к гнезду 17.
2. Включите генератор. Установите частоту 0.25 кГц и напряжение  $u=u_{17}$  в соответствии с таб.10.1. Проводя измерения, заполните таб.10.2.
3. Из экспериментальных данных по формуле (43) вычислите отношение  $Z/(R+r)$  и внутреннее сопротивление  $r$  генератора.  $Z=400$  Ом,  $R=47$  Ом.
4. Постройте график теоретической зависимости  $u(f)$  по формуле (42), где  $E_0/\sqrt{2}=u_{\text{min}}$ ,  $N=17$ ,  $f_0\approx 7.96$ кГц. Нанесите на график экспериментальные точки  $u(f)$  таб.10.2. Сравните эксперимент и теорию.

Таб.10.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_{17}$ , В	4	3.5	3	2.5

Таб.10.2

f, кГц	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7
u, В										
f, кГц	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1	1.05	1.1	1.15	1.2
u, В										

### Контрольные вопросы

1. Нарисуйте схематично график зависимости  $u(f)$  (42).
2. На каких частотах из таб.10.2 ожидается максимум и минимум напряжения?
3. Выведите формулы (41), (42), (43).

### Лабораторная работа №11

#### Коэффициент передачи волновода

##### Общие сведения

Коэффициент  $K$  передачи по напряжению - это отношение напряжений на выходе и входе системы:

$$K = \frac{u_{17}}{u_0} = \frac{A(17)}{A(0)}, \quad (44)$$

где  $A(n)$  - амплитуда колебаний напряжения в узле  $n$ . Из соотношения (4) следует, что напряжение в узле  $n$  имеет вид:

$$\operatorname{Re}(U_n) = A_1 e^{-\alpha(n-N)} \cos(\omega t - \beta(n-N)) + A_2 e^{\alpha(n-N)} \cos(\omega t + \beta(n-N)), \quad (45)$$

где  $A_{1,2}$  - амплитуды волн, падающей и отраженной от нагрузки. Амплитуда  $A_2 = A_1 G$ , где коэффициент отражения  $G$  определяется формулой (6). Методом векторных диаграмм из формулы (45) получаем амплитуду колебаний напряжения в узле  $n$ :

$$A(n) = A_1 \sqrt{e^{-2\alpha(n-N)} + G^2 e^{2\alpha(n-N)} + 2G \cos(2\beta(n-N))}. \quad (46)$$

Подставляя выражение (46) в формулу (44), находим:

$$K = \frac{1+G}{\sqrt{e^{2\alpha N} + G^2 e^{-2\alpha N} + 2G \cos(2\beta N)}}. \quad (47)$$

Зависимость  $K(\beta)$  (47) достигает экстремумов при  $\cos(2\beta N) = \pm 1$ . Из соотношений (47), (6) при  $\cos(2\beta N) = -1$  получаем:

$$K = \frac{Z_n}{Z_n \operatorname{sh}(\alpha N) + Z \operatorname{ch}(\alpha N)}. \quad (48)$$

Из закона дисперсии (20) следует, что данному случаю соответствуют частоты

$$f_m = f_0 \sin\left(\frac{\pi(m-0.5)}{2N}\right) = 0.37, 1.10, 1.82, 2.53 \kappa \Gamma \text{ц}, \dots \quad (49)$$

Из соотношений (47), (6) при  $\cos(2\beta N) = 1$  находим:

$$K = \frac{Z_n}{Z \operatorname{sh}(\alpha N) + Z_n \operatorname{ch}(\alpha N)}. \quad (50)$$

Из закона дисперсии (20) следует, что данному случаю соответствуют частоты

$$f_m = f_0 \sin\left(\frac{\pi m}{2N}\right) = 0.73, 1.46, 2.18, 2.87 \kappa \Gamma \text{ц}, \dots \quad (51)$$

В согласованном режиме, когда  $G=0$ ,  $K = e^{-\alpha N} \approx 0.87$  для всех частот.

*Экспериментальная часть*

### **Задание**

Снять экспериментально зависимость коэффициента передачи  $K$  от сопротивления нагрузки  $Z_H$  и сравнить результаты эксперимента с теорией.

### Порядок выполнения работы и расчета

Таб.11.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_0, В$	4	3.5	3	2.5
$f_1, кГц$	0.37	1.10	1.82	2.53
$f_2, кГц$	0.73	1.46	2.18	2.87

Таб.11.2

$Z_H, Ом$	0	100	220	330	470	680	1000	2200
$u_0, В$								
$u_{17}, В$								
$K$								

Таб.11.3

$Z_H, Ом$	0	100	220	330	470	680	1000	2200
$u_0, В$								
$u_{17}, В$								
$K$								

1. Соберите цепь согласно рис.1 с нагрузкой  $Z_H=470$  Ом. Два вольтметра подключите к гнездам 0, 17.
2. Включите генератор. Установите напряжение  $u_0$  и частоту  $f_1$  таб.11.1. Проведите измерения напряжения  $u_0$  и  $u_{17}$  при разных сопротивлениях  $Z_H$  и заполните таб.11.2. Рассчитайте коэффициент  $K$  по формуле (44).
3. Выполните пункт 2 для частоты  $f_2$  таб.11.1 и заполните таб.11.3.
4. По формулам (48), (50), где  $\alpha=0.0079$  (2),  $\text{sh}(\alpha N)=0.135$ ,  $\text{ch}(\alpha N)=1.009$ , постройте графики теоретических зависимостей  $K(Z_H)$ . На эти графики нанесите экспериментальные точки таб.11.2 и таб.11.3. Сравните эксперимент и теорию.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение коэффициента передачи по напряжению? Чему он равен в согласованном режиме, при коротком замыкании и в режиме холостого хода?
2. В переменных ( $Z_n$ ,  $K$ ) нарисуйте схематично область допустимых значений коэффициента передачи  $K(Z_n, f)$ .
3. В чем состоит метод векторных диаграмм?

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
2. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1990.
3. Постников Л.В., Королев В.И. и др. Сборник задач по теории колебаний. М.: Наука, 1978.
4. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ. М.: Высш. шк., 1990.