

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Инженерно-физический факультет высоких технологий
Кафедра радиофизики и электроники

А. Л. Семенов

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД

Методические указания к лабораторным работам

Ульяновск

2020

УДК 621.38

ББК 32.85

Печатается по решению Ученого совета инженерно-физического факультета высоких технологий Ульяновского государственного университета (протокол № 2-20/02-19 от 18.02.2020)

Рецензент:

к.ф.-м.н., доцент кафедры ФМПИ УлГУ *Ю. Ф. Наседкина*

Семенов А. Л.

С ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД: методические указания к лабораторным работам

/ А. Л. Семенов. – Ульяновск : УлГУ, 2020. – 29 с.

Пособие содержит описания 11 лабораторных работ по исследованию свойств электрического волновода, таких как закон дисперсии, коэффициент передачи и коэффициент полезного действия волновода, зависимость входного сопротивления волновода от его относительной длины и сопротивления нагрузки, зависимость коэффициента ослабления волновода от частоты. Предназначено для студентов инженерных и физических специальностей университетов.

УДК 621.38
ББК 32.85

© Семенов А. Л., 2020

© Ульяновский государственный университет, 2020

СОДЕРЖАНИЕ

Описание волновода.....	4
<i>Лабораторная работа №1</i>	
Распределение напряжения вдоль волновода.....	5
<i>Лабораторная работа №2</i>	
Зависимость входного сопротивления волновода от его относительной длины	8
<i>Лабораторная работа №3</i>	
Зависимость входного сопротивления волновода от сопротивления нагруз- ки	11
<i>Лабораторная работа №4</i>	
Закон дисперсии волновода.....	13
<i>Лабораторная работа №5</i>	
Зависимость коэффициента ослабления волновода от частоты.....	15
<i>Лабораторная работа №6</i>	
Зависимость времени задержки сигнала в волноводе от частоты.....	17
<i>Лабораторная работа №7</i>	
Коэффициент полезного действия волновода.....	19
<i>Лабораторная работа №8</i>	
Коэффициент бегущей волны.....	21
<i>Лабораторная работа №9</i>	
Резонансные частоты резонатора.....	23
<i>Лабораторная работа №10</i>	
Форма резонансной кривой резонатора.....	25
<i>Лабораторная работа №11</i>	
Коэффициент передачи волновода.....	26
Литература.....	29

Описание волновода

Волновод представляет собой цепную схему (рис.1) из $N=17$ одинаковых симметричных П-образных LC звеньев (рис.1а), соединенных последовательно. Параметры звеньев: емкость конденсатора $C=0.1$ мкФ, индуктивность $L=16$ мГн и активное сопротивление $R=6.3$ Ом катушки индуктивности указаны на лицевой панели. На входе волновода включается токоограничивающее сопротивление 47 Ом, а на выходе - сопротивление нагрузки Z_n . Вольтметр можно подключать к любому узлу $n=0, 1, \dots, 17$.

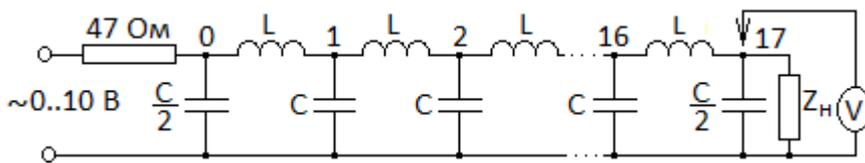


Рис.1

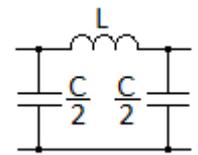


Рис.1а

В волноводе могут распространяться волны напряжения и тока. Напряжение и ток на выходе n -го звена:

$$U_n = A_1 e^{-cn+i(\omega t - \beta n)} + A_2 e^{cn+i(\omega t + \beta n)}; \quad (1)$$

$$I_n = (A_1 e^{-cn+i(\omega t - \beta n)} - A_2 e^{cn+i(\omega t + \beta n)}) / Z; \quad (1a)$$

где ω – циклическая частота; α – коэффициент ослабления; β – коэффициент фазы; t – время; Z - комплексное волновое сопротивление волновода; $A_1 \exp(-\alpha n)$, A_1 , $\Phi_1 = \omega t - \beta n$ – амплитуда, начальная амплитуда и фаза прямой волны; $A_2 \exp(\alpha n)$, A_2 , $\Phi_2 = \omega t + \beta n$ – амплитуда, начальная амплитуда и фаза обратной волны. Коэффициент фазы $\beta = \Phi_1(n) - \Phi_1(n+1)$ равен разности фаз волны на соседних узлах (β показывает набег фазы волны при прохождении одного звена). Изменение фазы на длине волны равно 2π , поэтому величина $2\pi/\beta$ равна длине волны. Длина ослабления s_0 – это расстояние, на котором амплитуда волны убывает в $e \approx 2.72$ раза. Коэффициент ослабления $\alpha = 1/s_0$.

Если $\beta \ll \pi$ (длинноволновое приближение), $R \ll \omega L$ (слабое поглощение), то

$$Z \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = 400 \text{ Ом} , \quad \alpha \approx \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \approx \frac{R}{2Z} \approx 0.0079, \quad \beta \approx \omega \sqrt{LC} . \quad (2)$$

Ослабление амплитуды волны на всем волноводе составляет $e^{-\alpha N} \approx 0.87$.

Лабораторная работа №1

Распределение напряжения вдоль волновода

Общие сведения

Закон Ома для сопротивления нагрузки Z_H

$$U_N = Z_H I_N \quad (3)$$

является граничным условием на выходе волновода. Вместо уравнений (1), (1a) удобнее использовать уравнения, в которых $n \rightarrow n-N$ (начальные амплитуды A_1 и A_2 при этом изменятся):

$$U_n = A_1 e^{-\alpha(n-N)+i(\omega t - \beta(n-N))} + A_2 e^{\alpha(n-N)+i(\omega t + \beta(n-N))}; \quad (4)$$

$$I_n = \left(A_1 e^{-\alpha(n-N)+i(\omega t - \beta(n-N))} - A_2 e^{\alpha(n-N)+i(\omega t + \beta(n-N))} \right) / Z; \quad (4a)$$

Подставляя в уравнение (3) соотношения (4), (4a), получаем:

$$A_2 = A_1 \frac{Z_H - Z}{Z_H + Z} . \quad (5)$$

Величину

$$G = \frac{A_2}{A_1} = \frac{Z_H - Z}{Z_H + Z} \quad (6)$$

называют коэффициентом отражения.

Вольтметр измеряет действующее значение напряжения u_n :

$$u_n^2 = \langle \text{Re}^2(U_n) \rangle_t \equiv \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}^2(U_n(t)) dt , \quad (7)$$

где T - период колебаний. Подставляя выражение (5) в уравнение (4), с учетом соотношения (7) находим действующее напряжение u_n на выходе n -го звена волновода:

1) в согласованном режиме ($Z_H=Z$):

$$u_n = B_1 \exp(\alpha(N-n)), \quad (8a)$$

2) при холостом ходе ($Z_{\text{н}}=\infty$) в пренебрежении затуханием ($\alpha=0$):

$$u_n \approx B_2 |\cos(\beta(N-n))|, \quad (8б)$$

3) при коротком замыкании ($Z_{\text{н}}=0$) в пренебрежении затуханием ($\alpha=0$):

$$u_n \approx B_3 |\sin(\beta(N-n))|, \quad (8в)$$

где $B_{1,2,3}$ – постоянные коэффициенты.

Экспериментальная часть

Задание

Снять экспериментально распределение действующего напряжения вдоль волновода в согласованном режиме, при холостом ходе и коротком замыкании. Сравнить результаты эксперимента с расчетом.

Порядок выполнения работы и расчета

Таб.1.1

№ варианта	1	2	3	4
f, кГц	1.1	1.2	1.3	1.4
u_{17} , В	4	3.5	3	2.5

1. Соберите цепь (рис.1) в режиме согласованной нагрузки. Согласованная нагрузка $Z_{\text{н}} \approx 400$ Ом набирается из трех последовательно соединенных сопротивлений 220, 150 и 33 Ом. Вольтметр подключите к узлу 17.
2. Включите генератор. Установите частоту f и напряжение u_{17} из таб.1.1.
3. Измерьте напряжения во всех точках волновода и занесите результаты в таб.1.2.
4. Повторите опыт в режиме холостого хода ($Z_{\text{н}}=\infty$) и при коротком замыкании в конце линии ($Z_{\text{н}}=0$).
5. По формулам (8) рассчитайте распределение напряжения вдоль волновода в трех режимах. Коэффициент фазы вычислите по формуле (2): $\beta \approx 2\pi f \sqrt{LC}$. Коэффициенты $B_{1,2,3}$ определите из условия равенства экспериментальных и теоретических значений напряжения в максимуме: $\max(u_{\text{эксп}}) = u_{\text{теор}}$. Результаты занесите в таб.1.2.

6. Постройте графики расчетных зависимостей напряжения $u(n)$ в трех режимах. На этот график нанесите экспериментальные точки. Сравните эксперимент и теорию.

Таб.1.2

n	Опытные u , В			Расчетные u , В		
	$Z_H = Z$	$Z_H = \infty$	$Z_H = 0$	$Z_H = Z$	$Z_H = \infty$	$Z_H = 0$
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						

Контрольные вопросы

1. Что называют фазой волны и коэффициентом фазы? Что показывает коэффициентом фазы? Вычислите длину волны при $\beta=0.1\pi$.
2. Дайте определение амплитуды волны. Что называют длиной ослабления амплитуды волны и коэффициентом ослабления? Вычислите длину ослабления при $\alpha=0.01$.
3. Дайте определение коэффициента отражения. Как он зависит от сопротивления нагрузки и в каких пределах меняется?
4. Чему равна амплитуда отраженной волны A_2 в согласованном режиме, при холостом ходе и при коротком замыкании?
5. Изобразите схематично зависимости u_n (8) от n вблизи узла N .

6. Какое напряжение показывает вольтметр на рис.1, если в волноводе распространяется волна (1)?

Лабораторная работа №2

Зависимость входного сопротивления волновода от его относительной длины

Общие сведения

Входное сопротивление волновода определяется как отношение напряжения к току на его входе $Z_{вх} = U_0/I_0$. В волноводе без потерь ($\alpha=0$) из уравнений (4), (4а), (5) находим:

$$Z_{вх} = Z \frac{Z_n + iZ \operatorname{tg}(\beta N)}{Z + iZ_n \operatorname{tg}(\beta N)}, \quad (9)$$

где Z_n – сопротивление нагрузки, $Z \approx 400$ Ом – волновое сопротивление, $N=17$ – число звеньев в цепи. Из соотношения (9) следует, что в согласованном режиме ($Z_n=Z$), при холостом ходе ($Z_n=\infty$) и при коротком замыкании ($Z_n=0$) входные сопротивления волновода равны соответственно:

$$Z_{вх} = Z, \quad Z_{вх} = -iZ \operatorname{ctg}(\beta N), \quad Z_{вх} = iZ \operatorname{tg}(\beta N). \quad (10)$$

Следовательно, при изменении βN от $\pi/2$ до π входное сопротивление $|Z_{вх}|$ может принимать любые значения от 0 до ∞ .

Относительная длина волновода δ – это отношение длины волновода к длине волны:

$$\delta = \frac{N}{\lambda} = \frac{\beta N}{2\pi}. \quad (11)$$

Относительная длина волновода δ показывает, сколько длин волн укладывается на всей длине волновода. Из уравнений (10), (11) получаем входные сопротивления волновода в согласованном режиме ($Z_n=Z$), при холостом ходе ($Z_n=\infty$) и при коротком замыкании ($Z_n=0$) соответственно:

$$Z_{вх} = Z, \quad |Z_{вх}| = Z |\operatorname{ctg}(2\pi\delta)|, \quad |Z_{вх}| = Z |\operatorname{tg}(2\pi\delta)|. \quad (12)$$

Подставляя в уравнение (11) коэффициент фазы $\beta = \omega\sqrt{LC} = 2\pi f\sqrt{LC}$ (см. формулу (2)), находим частоту

$$f = \frac{\delta}{N\sqrt{LC}} . \quad (13)$$

Таким образом, изменяя частоту f можно менять относительную длину волновода δ . Рассчитанные по формуле (13) частоты f для различных значений δ приведены в таб.2.1.

Таб.2.1

δ	f , кГц	Согласован. режим			Холостой ход			Короткое замыкан.		
		$U_{\text{вх}}$, В	$I_{\text{вх}}$, мА	$Z_{\text{вх}}$, Ом	$U_{\text{вх}}$, В	$I_{\text{вх}}$, мА	$Z_{\text{вх}}$, Ом	$U_{\text{вх}}$, В	$I_{\text{вх}}$, мА	$Z_{\text{вх}}$, Ом
0.25	0.37									
0.3	0.44									
0.35	0.51									
0.4	0.59									
0.45	0.66									
0.5	0.74									
0.55	0.81									
0.6	0.88									
0.65	0.96									
0.7	1.03									
0.75	1.10									
0.8	1.18									
0.85	1.25									
0.9	1.32									
0.95	1.40									
1	1.47									

Экспериментальная часть

Задание

Снять экспериментально зависимость входного сопротивления волновода от его относительной длины в режимах согласованной нагрузки, холостого хода и короткого замыкания. Относительная длина волновода изменяется путем изменения частоты приложенного напряжения. Сравнить результаты измерения с расчетом.

Порядок выполнения работы и расчета

1. Соберите цепь согласно рис.1 сначала в режиме согласованной нагрузки. Согласованная нагрузка $Z_H \approx 400$ Ом набирается из трех последовательно соединенных сопротивлений 220, 150 и 33 Ом. Амперметр для измерения входного тока включите на входе волновода последовательно с токоограничивающим сопротивлением 47 Ом. Вольтметр для измерения входного напряжения подключите к точке $n=0$ волновода.
2. Включите генератор, установите частоту 0.15 кГц а напряжение входного синусоидального сигнала согласно таб.2.2. Устанавливая частоту согласно таб.2.1, снимите показания вольтметра и амперметра в согласованном режиме ($Z_H=Z \approx 400$ Ом), при холостом ходе ($Z_H=\infty$) и коротком замыкании ($Z_H=0$).

Таб.2.2

№ варианта	1	2	3	4
$U_{вх}, В$	4	3.5	3	2.5

3. Вычислите входные сопротивления волновода по формуле $Z_{вх}=U_{вх}/I_{вх}$ и занесите их в таб.2.1.
4. Постройте графики теоретических зависимостей $|Z_{вх}(\delta)|$ (12). На эти графики нанесите экспериментальные точки таб. 2.1. Сравните эксперимент и теорию.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение входного сопротивления волновода и относительной длины волновода δ . Поясните формулу (11).
2. При каких значениях δ входное сопротивление волновода становится бесконечным? Нарисуйте схематично зависимости $|Z_{вх}(\delta)|$ (12).
3. Как связана частота с относительной длиной волновода? Почему?
4. Выведите формулы (10) из формулы (9).
5. Выведите формулу (9).

Лабораторная работа №3**Зависимость входного сопротивления волновода от сопротивления нагрузки***Общие сведения*

Входное сопротивление волновода определяется как отношение напряжения к току на его входе $Z_{\text{вх}} = U_0/I_0$. Из уравнения (9) видно, что в волноводе, длина которого равна четверти длины волны (сдвиг фаз на всем волноводе $\beta N = \pi/2$), входное сопротивление

$$Z_{\text{вх}} = Z^2/Z_{\text{н}} \quad (14)$$

обратно пропорционально сопротивлению нагрузки $Z_{\text{н}}$. Из соотношения (14) видно, что для согласованной связи каскада с выходным сопротивлением Z_1 с каскадом с входным сопротивлением Z_2 следует использовать волновод с волновым сопротивлением $Z = \sqrt{Z_1 Z_2}$.

В волноводе, длина которого равна половине длины волны (сдвиг фаз на всем волноводе $\beta N = \pi$), входное сопротивление

$$Z_{\text{вх}} = Z_{\text{н}} \quad (15)$$

пропорционально сопротивлению нагрузки $Z_{\text{н}}$.

*Экспериментальная часть***Задание**

Для четвертьволнового и полуволнового волновода снять зависимость входного сопротивления от сопротивления нагрузки. Сравнить результаты измерения с теорией.

Порядок выполнения работы и расчета

Таб.3.1

№ варианта	1	2	3	4
$U_{\text{вх}}, \text{В}$	4	3.5	3	2.5

1. Соберите цепь согласно рис.1 с нагрузкой $Z_{\text{н}}=100 \text{ Ом}$. Амперметр для измерения входного тока включите на входе волновода последователь-

но с токоограничивающим сопротивлением 47 Ом. Вольтметр для измерения входного напряжения подключите к точке $n=0$ волновода.

2. Включите генератор. Установите напряжение синусоидального сигнала согласно таб.3.1, а частоту 0.368кГц, соответствующую четвертьволновой длине волновода ($\delta=0.25$).
3. Включая в конце волновода различные сопротивления Z_H из таб.3.2, снимите показания вольтметра и амперметра, включенных в начале волновода. Рассчитайте входное сопротивление по формуле $Z_{ВХ}=U_{ВХ}/I_{ВХ}$ и величину Z^2/Z_H . Результаты занесите в таб.3.2. Проверьте выполнимость соотношения (14).
4. При $Z_H=1$ кОм установите частоту приложенного напряжения 0.735кГц, соответствующую полуволновой длине волновода ($\delta=0.5$). Установите напряжение синусоидального сигнала в соответствии с таб.3.1.
5. Включая в конце волновода различные сопротивления Z_H (таб.3.3), снимите показания вольтметра и амперметра, включенных в начале волновода. Рассчитайте входное сопротивление по формуле $Z_{ВХ}=U_{ВХ}/I_{ВХ}$. Результаты занесите в таб.3.3. Проверьте выполнимость соотношения (15).

Таб.3.2

Z_H , Ом	100	150	220	330	470	680	1000
$U_{ВХ}$, В							
$I_{ВХ}$, мА							
$Z_{ВХ}$, Ом							
Z^2/Z_H , Ом							

Таб.3.3

Z_H , Ом	100	150	220	330	470	680	1000
$U_{ВХ}$, В							
$I_{ВХ}$, мА							
$Z_{ВХ}$, Ом							

Контрольные вопросы

1. Дайте определение входного сопротивления волновода и относительной длины волновода δ .
2. Выведите формулы (14) и (15) из уравнения (9). Нарисуйте схематично графики зависимости $Z_{вх}(Z_n)$.
3. Почему в работе частоту приложенного напряжения берут равной 0.368кГц и 0.735кГц?
4. Каким должно быть волновое сопротивление волновода, согласованно связывающего каскад с выходным сопротивлением Z_1 с каскадом с входным сопротивлением Z_2 ? Почему?

Лабораторная работа №4

Закон дисперсии волновода

Общие сведения

Дифференциальное уравнение для напряжений U_n на выходе n -го звена волновода в пренебрежении сопротивлением R имеет вид:

$$LC \frac{d^2 U_n}{dt^2} = U_{n-1} + U_{n+1} - 2U_n. \quad (16)$$

Подставляя в уравнение (16) решение

$$U_n = Ae^{i(\omega t - \beta n)}, \quad (17)$$

получаем зависимость циклической частоты ω от коэффициента фазы β :

$$\omega = \frac{2}{\sqrt{LC}} \left| \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \right|. \quad (18)$$

Коэффициентам фазы β и $\beta+2\pi$ соответствуют одинаковые решения (17).

Поэтому для описания всех возможных решений U_n достаточно брать $\beta \in (-\pi, \pi]$. Эта область значений

$$\beta \in (-\pi, \pi] \quad (19)$$

называется первой зоной Бриллюэна.

Из уравнения (18) находим частоту $f = \omega / (2\pi)$:

$$f = f_0 \left| \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \right|, \quad (20)$$

где $f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \approx 7.96 \text{кГц}$ (21)

- верхняя граничная частота полосы пропускания волновода. Зависимость $f(\beta)$ (20) называется законом дисперсии.

В режиме холостого хода напряжение u_n определяется формулой (8б). Из этой формулы с учетом выражения (20) следует, что коэффициент фазы

$$\beta = \begin{cases} \arccos(u_{16}/u_{17}), & f < f_0/\sqrt{2} \approx 5.63 \text{кГц} \\ \pi - \arccos(u_{16}/u_{17}), & f > f_0/\sqrt{2} \approx 5.63 \text{кГц} \end{cases}. \quad (22)$$

Зависимость $\beta(f)$ (22) является монотонно возрастающей.

Экспериментальная часть

Задание

Снять экспериментально закон дисперсии $f(\beta)$ (где $f = \omega/(2\pi)$) и сравнить результаты эксперимента с расчетом.

Порядок выполнения работы и расчета

Таб.4.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_{17}, \text{В}$	4	3.5	3	2.5

Таб.4.2

$f, \text{кГц}$	1	2	3	4	5	6	7	7.5	7.9
$u_{16}, \text{В}$									
$u_{17}, \text{В}$									
β									

1. Соберите цепь согласно рис.1 в режиме холостого хода ($Z_H = \infty$). Два вольтметра подключите к гнездам 16, 17.
2. Включите генератор. Установите частоту $f = 1 \text{кГц}$ и выходное напряжение u_{17} в соответствии с таб.4.1. Проводя измерения, заполните таб.4.2.

3. В таб.4.2 рассчитайте β по формуле (22). Зависимость $\beta(f)$ должна быть монотонно возрастающей.
4. Постройте график теоретической зависимости (20), (21) при $\beta \in [0, \pi]$. На этот график нанесите экспериментальные точки таб.4.2. Сравните эксперимент и теорию.

Контрольные вопросы

1. Что называется законом дисперсии? Нарисуйте схематично график зависимости $f(\beta)$ (20).
2. Что называется первой зоной Бриллюэна? Чем отличаются волны с $\beta > 0$ и $\beta < 0$?
3. Опишите метод определения коэффициента фазы β . Нарисуйте схематично график зависимости u_{16}/u_{17} от β .
4. Выведите уравнения (16), (20), (22).

Лабораторная работа №5

Зависимость коэффициента ослабления волновода от частоты

Общие сведения

Из закона дисперсии (20) следует, что при $f > f_0$ коэффициент

$$\beta = \pi - i\alpha, \quad (23)$$

где α - коэффициент ослабления волны напряжения (17). Подставляя выражение (23) в формулу (20), получаем:

$$\alpha = \begin{cases} 0, & f < f_0 \\ 2 \operatorname{arccch} \left(\frac{f}{f_0} \right), & f > f_0 \end{cases}, \quad (24)$$

где $f_0 \approx 7.96$ кГц. Область частот, для которых коэффициент ослабления волны равен нулю, называют полосой пропускания волновода. Из соотношения (24) видно, что полосой пропускания волновода является область $[0, f_0]$. Частоту f_0 называют верхней границей полосы пропускания волновода.

Экспериментальная часть

Задание

Снять экспериментально зависимость $\alpha(f)$ и сравнить результаты эксперимента с расчетом.

Порядок выполнения работы и расчета

1. Соберите цепь согласно рис.1 в режиме холостого хода ($Z_H = \infty$). Два вольтметра подключите к гнездам 0 и 1.
2. Включите генератор. Установите частоту 4 кГц а напряжение u_0 в соответствии с таб.5.1. Измерьте напряжения u_0 , u_1 и запишите их в таб.5.2.
3. Изменяя частоту f в соответствии с таб.5.2, проведите измерения напряжений u_0 , u_1 и заполните таб.5.2.
4. Занесите в таб.5.2 значения α , вычисленные по формуле

$$\alpha = \ln\left(\frac{u_0}{u_1}\right). \quad (25)$$

5. По формуле (24) постройте график теоретической зависимости $\alpha(f)$. На этот график нанесите экспериментальные точки таб.5.2. Сравните эксперимент и теорию.

Таб.5.1

№ варианта	1	2	3	4
u_0 , В	4	3.5	3	2.5

Таб.5.2

f, кГц	4	5	6	7	8	9	10	11	12
u_0 , В									
u_1 , В									
α									

Контрольные вопросы

1. Покажите, что зависимость (17) при $\beta = \pi - i\alpha$ описывает стоячую волну? Чему равна ее амплитуда?

2. Что называют коэффициентом ослабления? Какой у него физический смысл? Чем обусловлено ослабление волны напряжения при $f > f_0$?
3. Дайте определение полосы пропускания волновода.
4. Нарисуйте схематично график зависимости $\alpha(f)$. Выведите уравнение (24).
5. Объясните формулу (25).

Лабораторная работа №6

Зависимость времени задержки сигнала в волноводе от частоты

Общие сведения

Фазовая (групповая) скорость – это скорость движения точки, в которой фаза (амплитуда) постоянна. Фазовая и групповая скорости равны соответственно: $v_\phi = \omega/\beta$, $v_{гр} = d\omega/d\beta$. Из закона дисперсии (20) следует, что при $f \in [0, f_0]$ фазовая скорость v гармонической волны в волноводе равна

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\pi f}{\arcsin(f/f_0)}, \quad (26)$$

где $f_0 \approx 7.96$ кГц (21). При прохождении одного звена время задержки фазы

$$\tau = 1/v. \quad (27)$$

При $f > f_0$, как видно из соотношения (23), напряжение на соседних узлах колеблется в противофазе. Сдвиг фаз на π соответствует времени задержки $\tau = T/2$, где $T = 1/f$ – период сигнала. Таким образом, при прохождении одного звена время задержки фазы

$$\tau = \begin{cases} \frac{\arcsin(f/f_0)}{\pi f}, & f \leq f_0 \\ \frac{1}{2f}, & f \geq f_0 \end{cases}. \quad (28)$$

Из формулы (28) видно, что при $f \rightarrow 0$ время $\tau \rightarrow 40$ мкс. Максимальное значение $\tau = 1/(2f_0) \approx 63$ мкс достигается при $f = f_0 \approx 7.96$ кГц.

Экспериментальная часть

Задание

Снять экспериментально зависимость $\tau(f)$ для гармонического сигнала и сравнить результаты эксперимента с расчетом.

Порядок выполнения работы и расчета

1. Соберите цепь (рис.1) с нагрузкой $Z_n=470$ Ом. Включите генератор. Установите частоту 1кГц. Напряжение с гнезд 0 и 1 волновода подайте на каналы 1 и 2 осциллографа. По осциллографу установите амплитуду колебаний U_0 согласно таб.6.1.
2. Измеряя время задержки τ для разных частот, заполните таб.6.2.
3. По формуле (28) постройте график теоретической зависимости $\tau(f)$. На этот график $\tau(f)$ нанесите экспериментальные точки таб.6.2. Сравните эксперимент и теорию.

Таб.6.1

№ варианта	1	2	3	4
u_0 , В	4	3.5	3	2.5

Таб.6.2

f, кГц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
τ , мкс												

Контрольные вопросы

1. Дайте определение фазовой скорости. В каких единицах она измеряется и что показывает? Чему равна фазовая скорость при $f \ll f_0$, $f=f_0$ и $f=2f_0$?
2. Дайте определение групповой скорости. Предложите метод ее измерения в волноводе.
3. Выведите формулу (28). Нарисуйте схематично график зависимости $\tau(f)$ (28).
4. Выведите формулу для групповой скорости в зависимости от частоты. Чему равна групповая скорость при $f \ll f_0$, $f=f_0$ и $f=2f_0$?

Лабораторная работа №7**Коэффициент полезного действия волновода***Общие сведения*

При распространении волны в волноводе часть энергии волны бесполезно теряется. Для оценки эффективности передачи энергии от источника в нагрузку используют коэффициент полезного действия (КПД) η , который определяется как отношение полезной мощности P к полной (затрачиваемой) мощности P_0 :

$$\eta = P / P_0 = P_{\text{вых}} / P_{\text{вх}}, \quad (29)$$

где $P_{\text{вых}}=P$ и $P_{\text{вх}}=P_0$ – мощность на выходе и входе волновода. Поскольку полезная мощность из-за потерь меньше, чем затрачиваемая, КПД всегда меньше 1. Полезная мощность

$$P = u_{17}^2 / Z_{\text{н}}, \quad (30)$$

где u_{17} - выходное напряжение, $Z_{\text{н}}$ - сопротивления нагрузки.

Отраженная от нагрузки волна не переносит полезную энергию. Поэтому для увеличения КПД нужно уменьшать амплитуду A_2 отраженной волны. Из формулы (5) следует, что $A_2=0$ при $Z_{\text{н}}=Z$. Таким образом, КПД максимален в согласованном режиме, когда сопротивление нагрузки $Z_{\text{н}}$ равно волновому сопротивлению Z . Теоретическая зависимость $\eta(Z_{\text{н}})$ имеет вид:

$$\eta = \frac{2x}{(x^2 + 1)\text{sh}(2\alpha N) + 2x\text{ch}(2\alpha N)}, \quad (31)$$

где $x=Z_{\text{н}}/Z$, $\alpha \approx 0.0079$ (см. формулу (2)), $N=17$, $\text{sh}(2\alpha N) \approx 0.27$, $\text{ch}(2\alpha N) \approx 1.04$.

*Экспериментальная часть***Задание**

Исследовать зависимости $\eta(Z_{\text{н}})$ и $P(Z_{\text{н}})$.

Порядок выполнения работы и расчета

1. Соберите цепь (рис.7.1) с нагрузкой $Z_{\text{н}}=4.7\text{кОм}$. Вольтметр подключите к узлу 17. Включите генератор. Установите синусоидальный сигнал с частотой $f=1\text{кГц}$ и напряжением u_{17} в соответствии с таб.7.1.

- Измеряя входную мощность P_0 и выходное напряжение u_{17} (напряжение в узле 17) для различных сопротивлений нагрузки, заполните таб.7.2. Используя формулы (29), (30), вычислите P и η ; $x=Z_{н}/Z$, где $Z=400$ Ом.
- Постройте график теоретической зависимости $\eta(x)$ (31). На этот график нанесите экспериментальные точки таб.7.2. Постройте график экспериментальной зависимости $P(x)$. Сделайте выводы.

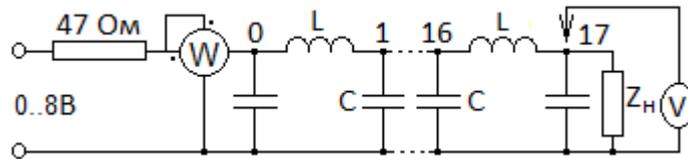


Рис.7.1

Таб.7.1

№ варианта	1	2	3	4
u_{17} , В	4	3.5	3	2.5

Таб.7.2

$Z_{н}$, Ом	0	100	220	330	470	680	1000	2200	4700
P_0 , мВт									
u_{17} , В									
P , мВт									
η									
$x=Z_{н}/Z$									

Контрольные вопросы

- Что называется коэффициентом полезного действия? В каких пределах он меняется?
- Чему равен КПД в режиме холостого хода и при коротком замыкании?
- Как влияет отраженная от нагрузки волна на КПД? При какой нагрузке КПД максимален? Чему он равен?
- Выведите зависимости $\eta(Z_{н})$ и $P(Z_{н})$ для постоянного тока.

*Лабораторная работа №8***Коэффициент бегущей волны***Общие сведения*

Волновод используется для передачи волны от источника к нагрузке. Наиболее эффективно передача осуществляется в согласованном режиме, когда отраженная от нагрузки волна отсутствует. В несогласованном режиме отраженная от нагрузки волна не участвует в передаче энергии в нагрузку и снижает эффективность работы волновода.

В пренебрежении затуханием ($\alpha=0$) формулу (4) для напряжения можно записать в виде:

$$\operatorname{Re}(U_n) = A_1 \cos(\omega t - \beta(n - N)) + A_2 \cos(\omega t + \beta(n - N)), \quad (32)$$

где $A_{1,2}$ - амплитуды волн, падающей и отраженной от нагрузки. Амплитуда $A_2 = A_1 G$, где коэффициент отражения G определяется формулой (6). Методом векторных диаграмм из формулы (32) находим амплитуду колебаний напряжения в узле n :

$$A(n) = A_1 \sqrt{1 + G^2 + 2G \cos(2\beta(n - N))}. \quad (33)$$

Для характеристики эффективности передачи энергии в нагрузку используют коэффициент бегущей волны (КБВ):

$$\text{КБВ} = u_{\min}/u_{\max} = A_{\min}/A_{\max}; \quad (34)$$

где u_{\min} , u_{\max} - минимальное и максимальное действующее значение напряжения в волноводе; A_{\min} , A_{\max} - минимальное и максимальное значение амплитуды (33). Из соотношения (33) видно, что экстремумы амплитуды колебаний амплитуды находятся в узлах $n=N$ и $n=N-\pi/(2\beta)$. При этом $A_{\min} = A_1(1 - |G|)$, $A_{\max} = A_1(1 + |G|)$. Тогда выражение (34) принимает вид:

$$\text{КБВ} = (1 - |G|)/(1 + |G|), \quad (35)$$

Если падающая на нагрузку волна полностью отражается, то $|G|=1$, КБВ=0 (эффективность передачи энергии в нагрузку равна нулю). Если отраженная волна отсутствует, то $|G|=0$, КБВ=1 (эффективность передачи энергии

в нагрузку равна 100%). Подставляя соотношение (6) в уравнение (35), находим:

$$КБВ = \begin{cases} Z_n / Z, & Z_n \leq Z \\ Z / Z_n, & Z_n \geq Z \end{cases} \quad (36)$$

Величина, обратная КБВ, называется коэффициентом стоячей волны: $КСВ=1/КБВ$.

Экспериментальная часть

Задание

Исследовать влияние на КБВ сопротивления нагрузки Z_n .

Порядок выполнения работы и расчета

Таб.8.1

№ варианта	1	2	3	4
u_{17} , В	4	3.5	3	2.5

Таб.8.2

Z_n , Ом	0	100	220	330	403	470	570	680	1000
u_{min} , В									
u_{max} , В									
КБВ									

1. Соберите цепь согласно рис.1 с нагрузкой $Z_n=1кОм$. Вольтметр подключите к узлу 17. Включите генератор. Установите синусоидальный сигнал с частотой $f=0.9кГц$ и напряжением из таб.8.1.
2. Измеряя напряжение в узлах 16 и 17, определите u_{min} или u_{max} в узле 17. Результат запишите в таб.8.2. Измеряя напряжение вблизи узла 10, определите u_{min} или u_{max} в узле 9-11. Результат запишите в таб.8.2.
3. Повторяя пункт 2 для других сопротивлений нагрузки, заполните таб.8.2. Вычислите КБВ по формуле (34).
4. По формуле (36) постройте теоретическую зависимость КБВ(Z_n). На эту зависимость нанесите экспериментальные точки таб.8.2. Сравните эксперимент и теорию.

Контрольные вопросы

1. Что называется коэффициентом бегущей волны? Что он описывает и в каких пределах меняется?
2. Получите формулу (36). Постройте график зависимости КБВ от Z_H/Z .
3. Что называется коэффициентом стоячей волны? Постройте график зависимости КСВ от Z_H/Z .
4. Почему соседние экстремумы амплитуды колебаний напряжения находятся в узлах 10 и 17? Где находится минимум и где максимум?
5. В чем состоит метод векторных диаграмм?

Лабораторная работа №9

Резонансные частоты резонатора

Общие сведения

Пусть правый конец волновода не нагружен (холостой ход: $Z_H = \infty$), а к левому через резистор $R=47$ Ом подключен генератор синусоидального напряжения с внутренним сопротивлением r и ЭДС $E_0 \cdot \exp(i\omega t)$. Тогда волновод является резонатором. Граничные условия для волн (1), (1а) волновода имеют вид:

$$I_0 \cdot (r+R) + U_0 = E_0 \cdot \exp(i\omega t), \quad I_N = 0. \quad (37)$$

Первое соотношение (37) является следствием 2-го правила Кирхгоффа для входного контура.

Подставляя в уравнения (37) выражения (1), (1а), в пренебрежении затуханием находим константы A_1 и A_2 . Подставляя их в уравнение (1), получаем действующее напряжение:

$$u_n = \frac{E_0 |\cos(\beta(N-n))|}{\sqrt{2(\cos^2(\beta N) + \sin^2(\beta N)(R+r)^2/z^2)}}. \quad (38)$$

Из соотношения (38) видно, что в случае $(r+R)^2 < z^2$ напряжение u_N максимально при условии $\cos(\beta N) = 0$. Отсюда находим условие резонанса:

$$\beta_m = \frac{\pi}{N} \left(m - \frac{1}{2} \right), \quad (39)$$

где $m=1, 2, \dots, N$. Подставляя выражение (39) в закон дисперсии (20), получаем спектр собственных частот резонатора:

$$f_m = f_0 \sin\left(\frac{\pi(m-0.5)}{2N}\right), \quad (40)$$

где $f_0 \approx 7.96$ кГц.

Экспериментальная часть

Задание

Определить экспериментально резонансные частоты f колебаний волновода и сравнить результаты эксперимента с расчетом.

Порядок выполнения работы

Таб.9.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_{17}, \text{В}$	4	3.5	3	2.5

Табл.9.2

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f_m, \text{кГц}$												

1. Соберите цепь согласно рис.1 в режиме холостого хода ($Z_{\text{н}} = \infty$). Вольтметр подключите к гнезду 17.
2. Включите генератор. Установите частоту 0.2 кГц и напряжение u_{17} в соответствии с таб.9.1.
3. Увеличивая частоту генератора, определите частоты f_m m -го максимума напряжения на вольтметре. Заполните таб.9.2.
4. По формуле (40) постройте график теоретической зависимости f_m и нанесите на него экспериментальные точки таб.9.2. Сравните эксперимент и теорию.

Контрольные вопросы

1. Обоснуйте граничные условия (37).
2. Чему равно напряжение u_0 при резонансе?

3. Нарисуйте схематично распределение напряжения u_n вдоль волновода при колебаниях на 1-ой и 2-ой собственных частотах ($m=1, m=2$).
4. Сколько длин волн укладывается на длине волновода при колебаниях на m -ой собственной частоте?
5. Напишите граничные условия и ответьте на вопросы 2-4 в случае короткого замыкания выхода волновода.

Лабораторная работа №10

Форма резонансной кривой резонатора

Общие сведения

Пусть правый конец волновода не нагружен (холостой ход: $Z_H = \infty$), а к левому через резистор $R=47$ Ом подключен генератор синусоидального напряжения с внутренним сопротивлением r и ЭДС $E_0 \cdot \exp(i\omega t)$. Тогда волновод является резонатором.

На низких частотах, когда $\beta \ll \pi$, из закона дисперсии (20) находим:

$$\beta \approx 2\pi f / f_0, \quad (41)$$

где $f_0 \approx 7.96$ кГц. Подставляя соотношение (41) в уравнение (38), получаем напряжение $u = u_N$ на выходе волновода:

$$u = \frac{E_0}{\sqrt{2(1 - \sin^2(2Nf / f_0)(1 - (R+r)^2 / Z^2))}}. \quad (42)$$

Из уравнения (42), в частности, следует, что

$$\frac{u_{\max}}{u_{\min}} = \frac{Z}{R+r}. \quad (43)$$

Формула (42) описывает резонансную кривую $u(f)$ резонатора.

Экспериментальная часть

Задание

Снять экспериментально зависимость $u(f)$ резонатора и сравнить результаты эксперимента с расчетом.

Порядок выполнения работы

1. Соберите цепь согласно рис.1 в режиме холостого хода ($Z_{\text{н}}=\infty$). Вольтметр подключите к гнезду 17.
2. Включите генератор. Установите частоту 0.25 кГц и напряжение $u=u_{17}$ в соответствии с таб.10.1. Проводя измерения, заполните таб.10.2.
3. Из экспериментальных данных по формуле (43) вычислите отношение $Z/(R+r)$ и внутреннее сопротивление r генератора. $Z=400$ Ом, $R=47$ Ом.
4. Постройте график теоретической зависимости $u(f)$ по формуле (42), где $E_0/\sqrt{2}=u_{\text{min}}$, $N=17$, $f_0\approx 7.96$ кГц. Нанесите на график экспериментальные точки $u(f)$ таб.10.2. Сравните эксперимент и теорию.

Таб.10.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_{17}, \text{ В}$	4	3.5	3	2.5

Таб.10.2

f, кГц	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7
u, В										
f, кГц	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1	1.05	1.1	1.15	1.2
u, В										

Контрольные вопросы

1. Нарисуйте схематично график зависимости $u(f)$ (42).
2. На каких частотах из таб.10.2 ожидается максимум и минимум напряжения?
3. Выведите формулы (41), (42), (43).

Лабораторная работа №11

Коэффициент передачи волновода

Общие сведения

Коэффициент K передачи по напряжению - это отношение напряжений на выходе и входе системы:

$$K = \frac{u_{17}}{u_0} = \frac{A(17)}{A(0)}, \quad (44)$$

где $A(n)$ - амплитуда колебаний напряжения в узле n . Из соотношения (4) следует, что напряжение в узле n имеет вид:

$$\operatorname{Re}(U_n) = A_1 e^{-\alpha(n-N)} \cos(\omega t - \beta(n-N)) + A_2 e^{\alpha(n-N)} \cos(\omega t + \beta(n-N)), \quad (45)$$

где $A_{1,2}$ - амплитуды волн, падающей и отраженной от нагрузки. Амплитуда $A_2 = A_1 G$, где коэффициент отражения G определяется формулой (6). Методом векторных диаграмм из формулы (45) получаем амплитуду колебаний напряжения в узле n :

$$A(n) = A_1 \sqrt{e^{-2\alpha(n-N)} + G^2 e^{2\alpha(n-N)} + 2G \cos(2\beta(n-N))}. \quad (46)$$

Подставляя выражение (46) в формулу (44), находим:

$$K = \frac{1+G}{\sqrt{e^{2\alpha N} + G^2 e^{-2\alpha N} + 2G \cos(2\beta N)}}. \quad (47)$$

Зависимость $K(\beta)$ (47) достигает экстремумов при $\cos(2\beta N) = \pm 1$. Из соотношений (47), (6) при $\cos(2\beta N) = -1$ получаем:

$$K = \frac{Z_n}{Z_n \operatorname{sh}(\alpha N) + Z \operatorname{ch}(\alpha N)}. \quad (48)$$

Из закона дисперсии (20) следует, что данному случаю соответствуют частоты

$$f_m = f_0 \sin\left(\frac{\pi(m-0.5)}{2N}\right) = 0.37, 1.10, 1.82, 2.53 \kappa \Gamma \text{ц}, \dots \quad (49)$$

Из соотношений (47), (6) при $\cos(2\beta N) = 1$ находим:

$$K = \frac{Z_n}{Z \operatorname{sh}(\alpha N) + Z_n \operatorname{ch}(\alpha N)}. \quad (50)$$

Из закона дисперсии (20) следует, что данному случаю соответствуют частоты

$$f_m = f_0 \sin\left(\frac{\pi m}{2N}\right) = 0.73, 1.46, 2.18, 2.87 \kappa \Gamma \text{ц}, \dots \quad (51)$$

В согласованном режиме, когда $G=0$, $K = e^{-\alpha N} \approx 0.87$ для всех частот.

Экспериментальная часть

Задание

Снять экспериментально зависимость коэффициента передачи K от сопротивления нагрузки Z_H и сравнить результаты эксперимента с теорией.

Порядок выполнения работы и расчета

Таб.11.1

№ варианта	1	2	3	4
$u_0, В$	4	3.5	3	2.5
$f_1, кГц$	0.37	1.10	1.82	2.53
$f_2, кГц$	0.73	1.46	2.18	2.87

Таб.11.2

$Z_H, Ом$	0	100	220	330	470	680	1000	2200
$u_0, В$								
$u_{17}, В$								
K								

Таб.11.3

$Z_H, Ом$	0	100	220	330	470	680	1000	2200
$u_0, В$								
$u_{17}, В$								
K								

1. Соберите цепь согласно рис.1 с нагрузкой $Z_H=470$ Ом. Два вольтметра подключите к гнездам 0, 17.
2. Включите генератор. Установите напряжение u_0 и частоту f_1 таб.11.1. Проведите измерения напряжения u_0 и u_{17} при разных сопротивлениях Z_H и заполните таб.11.2. Рассчитайте коэффициент K по формуле (44).
3. Выполните пункт 2 для частоты f_2 таб.11.1 и заполните таб.11.3.
4. По формулам (48), (50), где $\alpha=0.0079$ (2), $\text{sh}(\alpha N)=0.135$, $\text{ch}(\alpha N)=1.009$, постройте графики теоретических зависимостей $K(Z_H)$. На эти графики нанесите экспериментальные точки таб.11.2 и таб.11.3. Сравните эксперимент и теорию.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение коэффициента передачи по напряжению? Чему он равен в согласованном режиме, при коротком замыкании и в режиме холостого хода?
2. В переменных (Z_n , K) нарисуйте схематично область допустимых значений коэффициента передачи $K(Z_n, f)$.
3. В чем состоит метод векторных диаграмм?

ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
2. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1990.
3. Постников Л.В., Королев В.И. и др. Сборник задач по теории колебаний. М.: Наука, 1978.
4. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ. М.: Высш. шк., 1990.