Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»
Институт экономики и бизнеса
Кафедра цифровой экономики

Лутошкин Игорь Викторович

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для семинарских (практических) занятий и самостоятельной работы
по дисциплине

Математические методы в экономике

для студентов УГСН «38.00.00 Экономика и управление»

Ульяновск
2018

Методические рекомендации для семинарских (практических) занятий и самостоятельной работы по дисциплине «Математические методы в экономике» / составитель: И. В. Лутошкин - Ульяновск: УлГУ, 2018 – 39 с.

Настоящие методические рекомендации предназначены для студентов УГСН 38.00.00 «Экономика и управление». В работе приведены литература по дисциплине, темы дисциплины и вопросы в рамках каждой темы, рекомендации по изучению теоретического материала, контрольные вопросы для самоконтроля и тесты для самостоятельной работы.

Студентам заочной, очно-заочной и очной форм обучения следует использовать данные методические рекомендации при подготовке к семинарам, самостоятельной подготовке, а также к экзамену по дисциплине «Математические методы в экономике».

Рекомендованы к введению в образовательный процесс

Ученым советом Института экономики и бизнеса УлГУ

протокол № 213/09 от «24» мая 2018 г.

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ

В результате изучения дисциплины «Математические методы в экономике» студенты должны уметь использовать математические модели рационального поведения потребителей и производителей на рынке для качественного и количественного экономического анализа.

Методические рекомендации для семинарских (практических) занятий и самостоятельной работы по дисциплине «Математические методы в экономике» направлены на повышение эффективности освоения знаний, умений, навыков и компетенций, связанных с:

– формированием математического аппарата моделирования базовых экономических явлений;

– получением знаний о математических моделях базовых экономических явлений, рационального поведения потребителей, производителей на рынке;

– освоением математических методов качественного исследования моделей рационального поведения потребителей и производителей;

– изучением аппарата моделирования линейных систем в экономике;

– изучением свойств элементарных функций, применяемых в моделировании экономических явлений

– освоением методов построения функций полезности, учитывающих предпочтения потребителей;

– изучением метода производственных функций для моделирования крупных производственных объектов.

Методические рекомендации предлагают указания по всем темам дисциплины «Математические методы в экономике». По каждой теме структура указаний содержит набор вопросов для систематизации теоретического материала, полученного на лекционных занятиях, а также вопросы для самостоятельного изучения теории, задания для подготовки к практическим занятиям (семинарам), тесты для проверки знаний по данной теме.

При самостоятельном изучении дисциплины порядок освоения тем может быть произвольным и зависит от уровня подготовки обучающегося. Темы 1–12 содержат указания к изучению базовых вопросов математического анализа и линейной алгебры, необходимых для освоения основ математического моделирования экономических проблем. Темы 13–15 включают вопросы постановки оптимизационных задач, имеющих широкое применение в моделировании вопросов рационального поведения субъектов экономики. Темы 16–18 касаются изучения математических моделей рационального поведения производителей и потребителей.

Список литературы, приведенный в конце методических указаний может служить основой для изучения всех рассматриваемых тем. Для освоения тем 1–12 предлагается использовать источник [1] основной литературы, для тем 13–15 предлагается учебник [2] основной литературы, для тем для тем 16–18 предлагается учебник [3] основной литературы. Дополнительная и учебно-методическая литература могут быть использованы обучающимися для закрепления изучаемого материала.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОТДЕЛЬНЫМ ТЕМАМ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Множества и функции

Подготовить ответы на вопросы:

1. Дать определение множества, привести примеры множеств различной природы.
2. Перечислить операции над множествами, привести примеры применения операций.
3. Дать определение множества вещественных чисел.
4. Дать определение функции, сформулировать понятие области определения и области значений функции.
5. Перечислить способы задания функций, привести примеры.
6. Что такое композиция функций?

7. Дать определение взаимно-однозначного соответствия, привести примеры.
8. Что такое тождественная функция? Привести примеры тождественных функций.
9. Что такое обратная функция? Привести примеры обратной функции.
10. Перечислить основные элементарные функции, привести свойства одной из элементарных функций.

Задание для самостоятельной работы:

1. Для основных элементарных функций выписать их свойства и построить график этих функций.
2. Провести сравнительный анализ числовых множеств (натуральных чисел, целых чисел, рациональных чисел, вещественных чисел), привести отличия множеств друг от друга.

Практическое задание:

1. Привести пример функции, которая может быть задана графически, аналитически, таблично и рекурсивно.
2. Каким способом представления функции задаются числа Фибоначчи?
3. Каким способом задаются функции стиральной машины? Обоснуйте ответ.
4. Можно ли задать функцию Дирихле в графическом виде?

Тестовые задания по теме:

1. Если множество $A = [1,3)$, а множество $B = (2,4]$, то объединение $A \cup B$ равно:

   а) $[1,4)$; б) $(1,4]$; в) $[1,4]$; г) $(1,4)$.
2. Если $A = [1,3)$, а $B = (2,4]$, то пересечение множеств $A \cap B$ равно:

   а) $(2,3)$; б) $[2,3)$; в) $(2,3]$; г) $[2,3]$.

3. Область определения функции $y = \dfrac{1}{\sqrt{-x^2 - 2x + 3}}$ равна:

   а) $x \le -3$, $x \ge 1$; б) $-3 \le x \le 2$; в) $-3 < x < 2$; г) $x < -3$, $x > 1$.

4. Область определения функции $y = \sqrt{-x^2 - 2x + 3}$ равна:

   а) $x \le -3$, $x \ge 1$; б) $-3 \le x \le 2$; в) $-3 < x < 2$; г) $x < -3$, $x > 1$.

5. Обратная функция для функции $y = \log_2(3x)$ имеет вид:

   а) $y = \dfrac{2^x}{3}$; б) $y = \dfrac{x^3}{2}$; в) $y = \dfrac{x^2}{3}$; г) $y = \dfrac{3^x}{2}$.

6. Обратная функция для функции $y = 2x - 3$ имеет вид:

   а) $y = \dfrac{x-2}{3}$; б) $y = \dfrac{x+3}{2}$; в) $y = \dfrac{x-3}{2}$; г) $y = \dfrac{3-x}{2}$.

Тема 2. Предел функции

Подготовить ответы на вопросы:

1. Что такое предельная точка множества?
2. Что такое бесконечно удаленная точка?
3. Дать определение предела числовой последовательности.
4. Дать определение предела функции.
5. Что такое бесконечно малая величина?
6. Что такое бесконечно большая величина?
7. Привести основные свойства бесконечно малых и бесконечно больших величин.
8. Что такое замечательные пределы?
9. Сформулировать основные теоремы о пределах.

Задание для самостоятельной работы:

1. Показать взаимосвязь второго замечательного предела и начисления сложных процентов на депозите.
2. В чем состоит правило Бернулли-Лопиталя? Кто является его автором? Обоснуйте свой ответ.

Практическое задание:

1. Привести пример функции, которая в данной точке имеет предел справа, слева, но при этом не имеет предела в этой точке.
2. Привести пример функции, которая не имеет предела ни в одной точке области определения.
3. В каких точках существует предел функции Дирихле?

Тестовые задания по теме:

1. Предел какой из числовых последовательностей $\{a_n\}$ равен 1:

   а) $a_n = \dfrac{2n}{2n^2+1}$; б) $a_n = \dfrac{2n^2+1}{2n+1}$; в) $a_n = \dfrac{2}{2n+1}$;

   г) $a_n = \dfrac{2n^2+1}{2n^2+3}$.
2. Какая из следующих функций является бесконечно малой в указанной точке?

   а) $\sin x,\ x = \pi/2$; б) $\dfrac{\sin^2 x}{x},\ x = 0$; в) $\dfrac{x+2}{x-1},\ x = 0$; г) $\ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right),\ x = 0$.
3. Какая из следующих функций является бесконечно большой в указанной точке?

   а) $\dfrac{x^2-4x+3}{x-1},\ x = 1$; б) $\dfrac{x}{\sin x},\ x = \pi$; в) $\dfrac{x}{\sin x},\ x = 0$;

   г) $\dfrac{\sin x}{x},\ x = \infty$.
4. Значение предела $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-9}\right)$ равно:

   а) $\dfrac{1}{28}$; б) $\dfrac{1}{43}$; в) $\dfrac{1}{48}$; г) $\dfrac{1}{24}$.
5. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin 2x}{3x}\right)$ равно:

   а) $\dfrac{1}{2}$; б) $\dfrac{2}{3}$; в) $\dfrac{3}{4}$; г) 1.
6. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1-\cos 2x}{x^2}\right)$ равно:

   а) $\dfrac{1}{2}$; б) 2; в) 1; г) 0.
7. Значение предела $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{x^2-9}{x^3-3^3}\right)$ равно:

   а) $\dfrac{1}{8}$; б) $\dfrac{1}{9}$; в) 1; г) $\dfrac{2}{9}$.

8. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{3x}$ равно:

   а) 1; б) $\sqrt{e}$; в) $\frac{1}{2}$; г) e^3.

9. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3-6x}{x^3-x}$ равно:

   а) 1; б) 0; в) 6; г) ∞.

10. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(-x)}{x}$ равно:

    а) ∞; б) 1; в) -1; г) 0.

11. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\cdot \mathrm{tg}^2\, 3x}{\arcsin 2x}$ равно:

    а) 3; б) 6; в) 3/2; г) 0.

12. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x^2+2}}{\sqrt{x+3}}$ равно:

    а) ∞; б) 1; в) 0; г) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}}$.

13. Значение предела $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+3x-4}{x^2+x-2}$ равно:

    а) 1; б) $\frac{7}{5}$; в) $\frac{3}{2}$; г) $\frac{5}{3}$.

14. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{2x}\right)^{-3x}$:

    а) $\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$; <u>б)</u> $\frac{1}{e\sqrt{e}}$; в) $e^{\frac{3}{2}}$; г) $e^{\frac{2}{3}}$.

Тема 3. Непрерывность функции

Подготовить ответы на вопросы:

1. Непрерывность функции в точке, привести примеры непрерывных функций.
2. Операции над непрерывными функциями.
3. Непрерывность основных элементарных функций.
4. Односторонняя непрерывность.
5. Классификация разрывов, привести примеры разрывных функций.
6. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Задание для самостоятельной работы:

1. Для основных элементарных функций определить область непрерывности.
2. Выделить основные элементарные функции, суперпозиция которых может привести к нарушению условия непрерывности.
3. Выделить способы представления непрерывных функций.

Практическое задание:

1. Привести пример функции, которая непрерывна только в одной точке.
2. Привести пример функции, имеющей разрыв второго рода в точке x=0.

Тестовые задания по теме:

1. Выберите неверное утверждение. Если функция непрерывна в точке x_0, то она:

   а) является бесконечно малой в этой точке;

   б) определена в этой точке;

   в) имеет предел в этой точке;

   г) определена в некоторой окрестности этой точки.

2. Функция $y = e^{-\frac{\sin x}{x}}$ имеет в точке $x = 0$

   а) разрыв I рода с неустранимым разрывом;

   б) разрыв II рода;

   в) разрыв I рода с устранимым разрывом;

   г) функция непрерывна.

3. Функция $y = e^{-\frac{1}{x^2}}$ имеет в точке $x = 0$

   а) разрыв I рода с неустранимым разрывом;

   б) разрыв II рода;

   в) разрыв I рода с устранимым разрывом;

   г) функция непрерывна.

4. Какая из следующих функций имеет в точке $x = 0$ разрыв 1-го рода?

а) $3^{-1/x}\operatorname{ctg}x$; б) $\ln|x|$; в) $\frac{\operatorname{arctg}x}{x}$; г) $\frac{\sin x}{x^2}$.

5. Какая из следующих функций имеет в точке $x = 0$ разрыв 1-го рода?

а) $3^{-1/x}\operatorname{ctg}x$; б) $\ln|x|$; в) $\operatorname{arctg}x$; г) $\frac{\sin x}{x}$.

6. Какая из следующих функций имеет в точке $x = 0$ разрыв 2-го рода?

а) $2^{-\frac{1}{x}}$; б) $x\cdot\operatorname{ctg}x$; в) $\frac{x^2}{\sin^2 x}$; г) $tg\,x$.

7. Какая из следующих функций имеет в точке $x = 0$ разрыв 2-го рода?

а) $2^{-\frac{1}{x^2}}$; б) $\operatorname{ctg}x$; в) $\frac{x^2}{\sin x}$; г) $\frac{\sin x}{x}$.

Тема 4. Производная и дифференциал

Подготовить ответы на вопросы:

1. Задачи, приводящие к понятию производной.
2. Определение производной, ее геометрический, механический и экономический смысл.
3. Основные правила нахождения производных.
4. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала.
5. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.
6. Производные и дифференциалы высших порядков.
7. Использование понятия производной в экономике. Эластичность функции.

Задание для самостоятельной работы:

1. Для основных элементарных функций вывести формулы производных обратных функций.
2. Используя определение производной, вывести формулу для производной степенной функции.

Практическое задание:

1. Для мультипликативной функции $Y = AK^{\alpha}L^{\beta}$ найти эластичность Y по факторам K, L.
2. Пусть движение материальной точки описывается функцией $x(t) = \mathrm{a}\sin(t) + b\cos(t^2)$, найти скорость и ускорение материальной точки.

Тестовые задания по теме:

1. Из следующих функций выберите недифференцируемую в точке $x = 0$.

   а) $\mathrm{ctg}\,x$; б) $\mathrm{arcctg}\,x$; в) $\sqrt{x^5}$; г) e^{-x}.

2. Производная x'_y, если $y = \dfrac{\sin x}{x}$, равна:

   а) $\dfrac{1}{\cos x}$; б) $\dfrac{x}{\cos x}$; в) $\dfrac{x^2}{\sin x + x\cdot\cos x}$; г) $\dfrac{x^2}{x\cdot\cos x - \sin x}$.

3. Производная функции $y = x\cdot\ln 2x$ равна:

   а) $\ln 2x$; б) $\ln 2x + 1$; в) $\ln 2x + \dfrac{1}{2}$; г) $\ln 2x + 2$.

4. Производная функции $y = \cos(\sin(2x))$, равна:

   а) $2\cos(\cos(2x))$; б) $-\sin(\sin(2x))$;

   в) $-2\sin(2x)\cdot\sin(\sin(2x))$; г) $-2\cos(2x)\cdot\sin(\sin(2x))$.

5. Производная функции $y = \mathrm{arctg}(\sqrt{2 - x^2})$ в точке с абсциссой $x = 1$ равна:

   а) -1; б) $-\dfrac{1}{4}$; в) $\dfrac{1}{4}$; г) $-\dfrac{1}{2}$.

6. Производная четвертого порядка функции $y = x\ln(x)$ в точке с абсциссой $x = 1$ равна:

   а) 1; б) -1; в) 2; г) -2.

Тема 5. Основные теоремы дифференциального исчисления

Подготовить ответы на вопросы:

1. Экстремум функции одной переменной. Теорема Ферма.
2. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их применение.
3. Правило Бернулли-Лопиталя.
4. Формула Тейлора для функции одной переменной.

Задание для самостоятельной работы:

1. Провести разложение функций $\exp(x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$ в ряд Тейлора в окрестности точки x=0.
2. Используя правило Бернулли-Лопиталя, найти решение тестовых задач 5, 6, 7, 13 из Темы 2.
3. Доказать, что в точках экстремума производная дифференцируемой функции равна нулю

Практическое задание:

1. Найти точки экстремума функции $y(x) = x^n(1-x)^m$, где m, n – натуральные числа.
2. Разложить в ряд Тэйлора функцию $x(t) = \sin(t)\cos(t)$ в окрестности $t = 0$, $t = \pi$.
3. Разложить в ряд Тэйлора функцию $x(t) = \exp(t^2 + t)$ в окрестности $t = 0$.

Тестовые задания по теме:

1. Многочлен $P(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots + \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n}$ является многочленом Тейлора в точке $x = 0$ для функции:
   а) e^x; б) $\sin x$; в) $\cos x$; г) $\ln(1+x)$.

2. Многочлен $P(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!}$ является многочленом Тейлора в точке $x = 0$ для функции:
   а) e^x; б) $\sin x$; в) $\cos x$; г) $\ln(1+x)$.

Тема 6. Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков

Подготовить ответы на вопросы:

1. Условие монотонности функции на интервале.
2. Необходимые и достаточные условия экстремума функции одной переменной.
3. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.
4. Асимптоты.
5. Общая схема исследования функции и построение ее графика.

Задание для самостоятельной работы:

1. Привести пример функции, для которой в точке экстремума не выполняются достаточные условия.
2. Какие функции не выпуклы и не вогнуты одновременно? Привести пример.
3. Привести пример функции, которая выпукла и вогнута одновременно.

Практическое задание:

1. Используя общую схему исследования функции, построить график функции $y = \frac{1-x}{1+x^2}$.
2. Используя общую схему исследования функции, построить график функции $y = \frac{2+x}{1-x^2}$.

Тестовые задания по теме:

1. Функция $y = x^3 - 3x^2$ в точке с абсциссой $x = 1$

   а) вогнута; б) выпукла; в) не дифференцируема;

   г) является точкой перегиба.

2. Длина промежутка убывания функции $y = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 18x$ равна:

   а) 3; б) 2; в) 5; г) 1.

3. Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \sqrt{x} \cdot (x-3)$ на отрезке $[0,4]$ равна:

   а) 2; б) 4; в) 6; г) 8.

4. Точкой максимума функции $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x - 2}$ является точка *x*, равная:

   а) -2; б) 2; в) $2+\sqrt{2}$; г) $2-\sqrt{2}$.

5. Выберите неверное утверждение:

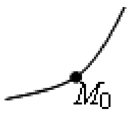
   а) если $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$, то x_0 – точка перегиба графика функции $y = f(x)$;

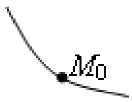
   б) если x_0 – точка перегиба графика функции $y = f(x)$, то $f''(x_0) = 0$;

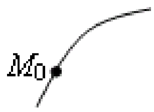
   в) если $f'(x_0) = f''(x_0) = f'''(x_0) = 0$ и $f^{(4)}(x_0) \neq 0$, то x_0 – точка экстремума функции $y = f(x)$;

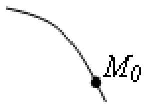
   г) если $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ и $f'''(x_0) \neq 0$, то x_0 – не является точкой экстремума функции $y = f(x)$.

6. Какой эскиз соответствует поведению функции *y*(*x*) в окрестности точки M_0, если $y'(M_0) < 0,\ y''(M_0) < 0$?

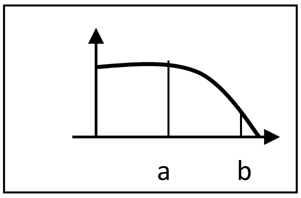
   а) 

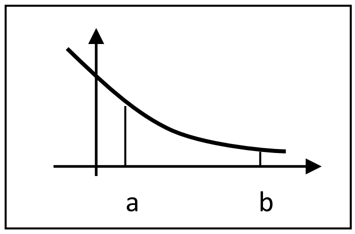
   б) 

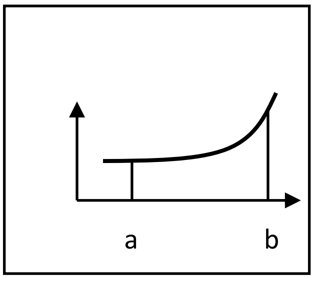
   в) 

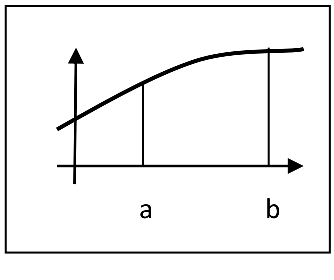
   г) 

7. График функции, у которой на промежутке (a,b) $y > 0;\ y' < 0; y'' < 0$ имеет вид:

   а) 

   б) 

   в) 

   г) 

8. Функция может иметь точку минимума внутри отрезка $[a,b]$, если на всем отрезке график функции

   а) возрастает; б) убывает; в) выпуклый; г) вогнутый.

9. Уравнение правой наклонной асимптоты функции $y=\dfrac{x^2+2x}{x+1}$ имеет вид:

   а) $y=x-1$; б) $y=x+1$; в) $y=1-x$; г) $y=-x-1$.

Тема 7. Функции нескольких переменных

Подготовить ответы на вопросы:

1. Окрестность точки в пространстве $\mathbf{R}^n$.
2. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных.
3. Частные производные. Полный дифференциал и его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала.
4. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала.

Задание для самостоятельной работы:

1. Провести сравнение поточечной и равномерной сходимости. Привести пример функции, сходящейся поточечно, но не равномерно.
2. Рассмотреть вопрос использования формулы первого дифференциала для приближенного вычисления. В каких экономических задачах она может быть использована?

Практическое задание:

1. Используя формулу первого дифференциала найти приближенное значение выражений: $5{,}05^{2{,}02}$; $4{,}97^{1{,}98}$.

2. Найти уравнение касательной плоскости к функции $z(x,y) = 2x^3y^4$ в точке (1; 1). Насколько приближенно изменится функция z при переходе из точки (1; 1) в точку (1,1; 0,9)?

Тестовые задания по теме:

1. Значение предела $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x^3 \cdot \sin(4y)}{y \cdot tg^3(2x)}$ равно:

   а) 0; б) 1/2; в) 2; г) ∞.

2. Какая из следующих функций непрерывна в точке $O(1,1)$?

   а) $ctg(x^2 - y^2)$; б) $\ln(x^2 + y^2)$; в) $\frac{x-y}{x^2 - y^2}$; г) $\frac{1}{\sin(x^2 - y^2)}$.

3. Если $z = y^{2x}$, то частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ равна:

   а) $2x \cdot y^{2x-1}$; б) $2x \cdot y^{2(x-1)}$; в) $2y^{2x} \ln y$; г) $y^{2x} \cdot \ln y$.

4. Если $z = x^3 \ln y$, то третья частная производная $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ равна:

   а) $6x$; б) $6\ln y$; в) $\frac{6x}{y}$; г) $6x\ln y$.

5. Выберите неверное утверждение. Для функции $z = x^2 + y^2$ точка O (0,0)

   а) является точкой непрерывности; б) является точкой минимума;
   в) является стационарной точкой; г) не является точкой экстремума.

6. Выберите неверное утверждение. Если $M_0(x_0, y_0)$ – точка минимума функции $z = f(x,y)$, то

   а) $f_x^{/}(x_0, y_0) = 0$; б) $f_y^{/}(x_0, y_0) = 0$; в) $f_{yy}^{//}(x_0, y_0) < 0$; г) $f_{xx}^{//}(x_0, y_0) > 0$
   .

7. Полный дифференциал функции $z = x^2 y + \sin^2 y$ равен:

   а) $dz = 2xy + x^2 + \sin 2y$; б) $dz = x^2 dx + (2xy + \sin 2y)dy$;

   в) $dz = (2xy + \sin 2y)dx + x^2 dy$; г) $dz = 2xydx + (x^2 + \sin 2y)dy$.

Тема 8. Интеграл

Подготовить ответы на вопросы:

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Простейшие правила интегрирования. Методы интегрирования подстановкой (замена переменной) и по частям.
3. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
4. Формула Ньютона-Лейбница. Применение способов подстановки и интегрирования по частям к вычислению определенного интеграла.
5. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.

Задание для самостоятельной работы:

1. Как можно использовать определенный интеграл для анализа экономических задач?
2. Как с помощью интеграла можно вычислять площади, ограниченные произвольными кривыми?

Практическое задание:

1. Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_1^\infty \frac{1}{x^3}dx$.
2. Вычислить интеграл $\int x \cdot e^{-x^2} dx$.
3. Вычислить интеграл $\int (\sqrt{x}+1)\left(\sqrt{x}+\frac{1}{x}\right)dx$.
4. Найти значение интеграла $\int\limits_0^2 \frac{x^2}{x+1}dx$.
5. Найти значение интеграла $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2}\,dx$.
6. Найти значение интеграла $\int\limits_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$.

7. Найти значение интеграла $\int\limits_{-2}^{2}(\sqrt[3]{x}+x\sqrt{x^2+1})dx$.

8. Вычислить интеграл $\int\frac{(2x+2)dx}{x^2+2x+2}$.

Тестовые задания по теме:

1. Интеграл $\int\limits_a^b U(x)dV(x)$ равен:

а) $U(x)\cdot V(x)\Big|_a^b+\int\limits_a^b V(x)dU(x)$; б) $\int\limits_a^b V(x)dU(x)-U(x)\cdot V(x)\Big|_a^b$;

в) $U(x)\cdot V(x)\Big|_a^b-\int\limits_a^b V(x)dU(x)$; г) $\int\limits_a^b V(x)dU(x)$.

2. Интеграл $\int\limits_0^1(2x+1)^3dx$ равен:

а) 10; б) 20; в) 15; г) 30.

3. Какой из следующих интегралов не является несобственным?

а) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\cos\frac{x}{2}}$; б) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}tg\,xdx$; в) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}ctg\,xdx$; г) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\cos x}$.

4. Какой из следующих интегралов не является несобственным?

а) $\int\limits_{-\infty}^{1}\frac{dx}{x^2+1}$; б) $\int\limits_0^1\frac{dx}{x}$; в) $\int\limits_{-1}^{1}\frac{dx}{x}$; г) $\int\limits_1^2\frac{dx}{x}$.

5. Одна из первообразных для функции $f(x)=\frac{6}{\sqrt[3]{x^2}}$:

а) $8\sqrt{x}$; б) $8\sqrt[3]{x}$; в) $6\sqrt[3]{x}$; г) $6\sqrt[3]{x^2}$.

6. Семейство функций $F(x)=-\ln|\sin x|+C$ есть результат вычисления интеграла:

а) $\int tg\,xdx$ б) $\int ctg\,xdx$; в) $-\int tg\,xdx$; г) $-\int ctg\,xdx$.

7. Табличный интеграл $\int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$ равен:

а) $\arcsin\frac{x}{a}+C$; б) $\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right|+C$; в) $\ln\left|x+\sqrt{a^2+x^2}\right|+C$;

г) $\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}+C$.

8. Интеграл $\int\frac{1}{3\cos x+4\sin x}dx$ следует вычислять методом:

   а) внесения под знак дифференциала;

   б) замены переменной;

   в) интегрирования по частям;

   г) разбиения на сумму табличных интегралов.

9. Интеграл $\int x^2\cos 2x dx$ следует вычислять методом:

   а) внесения под знак дифференциала;

   б) замены переменной;

   в) интегрирования по частям;

   г) разбиения на сумму табличных интегралов.

10. Результат вычисления интеграла $\int\cos^3 x dx$ равен:

   а) $\frac{\sin^4 x}{4}+C$;　　б) $\frac{\cos^4 x}{4}+C$;

   в) $\frac{3\sin x-\sin^3 x}{3}+C$;　　г) $\frac{3\cos x-\cos^3 x}{3}+C$.

Тема 9. Ряды

Подготовить ответы на вопросы:

1. Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда.
2. Необходимое условие сходимости ряда. Действия с рядами. Достаточное условие сходимости положительных рядов.
3. Теоремы сравнения, признаки Коши и Даламбера, интегральный признак.
4. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость рядов.
5. Понятие функционального ряда и области его сходимости.
6. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

Задание для самостоятельной работы:

1. Как можно использовать числовые или функциональные ряды для анализа экономических задач?
2. Можно ли считать числовой ряд частным случаем функционального ряда? Обоснуйте свое мнение.

Практическое задание:

1. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{3^n}$.
2. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{n\cdot 10^n}$.
3. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3}}$.
4. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 2^{2n+1}}{3^n}$.
5. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+1}}$.

Тестовые задания по теме:

1. Какая числовая последовательность может расходиться

   а) убывающая и ограниченная сверху;

   б) возрастающая и ограниченная сверху;

   в) неубывающая и ограниченная сверху;

   г) невозрастающая и ограниченная снизу.

2. Необходимый признак сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ записывается в виде:

   а) $\lim_{n\to\infty}u_n=0$;   б) $\lim_{n\to\infty}u_n<0$;   в) $\lim_{n\to\infty}u_n>0$;   г) $\lim_{n\to\infty}u_n\neq 0$.

3. Если $\lim_{n\to\infty}u_n=1$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$:

   а) сходится;   б) расходится;   в) сходится условно;

   г) может как сходиться, так и расходиться.

4. Пусть существует предел $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=l$. Тогда знакоположительный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ по признаку Даламбера сходится, если

а) $l>1$; б) $l\geq 1$; в) $l<1$; г) $l\leq 1$.

5. Для исследования сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{2n^3+3}$ необходимо применить

а) признак Даламбера; б) радикальный признак Коши;

в) признак сравнения; г) признак Лейбница.

6. Для исследования сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{5^{n^2}}{n!}$ необходимо применить

а) признак Даламбера; б) радикальный признак Коши;

в) интегральный признак Коши; г) признак Лейбница.

7. Для исследования сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n\cdot\ln^2 n}$ необходимо применить

а) признак Даламбера; б) радикальный признак Коши;

в) интегральный признак Коши; г) признак Лейбница.

8. Для исследования сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\cos n\pi}{\sqrt{n+2}}$ необходимо применить

а) признак Даламбера; б) радикальный признак Коши;

в) интегральный признак Коши; г) признак Лейбница.

9. Для исследования сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(n+1)!}{2^n\cdot n!}$ необходимо применить

а) признак Даламбера; б) радикальный признак Коши;

в) интегральный признак Коши; г) признак Лейбница.

10. Для исследования сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n-1}{2n+1}\right)^n$ необходимо применить

а) признаки сравнения; б) радикальный признак Коши;

в) интегральный признак Коши; г) признак Лейбница.

11. Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)^{n^3+2n^2}$ необходимо применить

а) признак Даламбера; б) радикальный признак Коши;

в) интегральный признак Коши; г) признак Лейбница.

12. Какой из следующих рядов расходится?

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^{1/2}}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^{-1/2}}$.

13. Какой из следующих рядов сходится условно?

а) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sin n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cos n$;

в) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sin\frac{1}{n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cos\frac{1}{n}$.

14. Какой из следующих рядов сходится абсолютно?

а) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\ln n}{n}$; б) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\ln^2 n}{n}$; в) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$; г) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2 n}$.

15. Степенным рядом называют ряд вида :

а) $a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0) + \ldots + a_n(x-x_0) + \ldots$

б) $a_0 + \frac{a_1}{(x-x_0)} + \frac{a_2}{(x-x_0)^2} + \ldots + \frac{a_n}{(x-x_0)^n} + \ldots$

в) $a_0 + \frac{a_1}{(x-x_0)} + \frac{a_2}{(x-x_0)} + \ldots + \frac{a_n}{(x-x_0)} + \ldots$

г) $a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)^2 + \ldots + a_n(x-x_0)^n + \ldots$

16. Известно, что ряд $\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x+5)^n$ сходится при $x=-2$. Выберите верное утверждение для данного степенного ряда:

а) ряд сходится абсолютно при $x=-7$;

б) ряд расходится при $x=-7$;

в) ряд сходится условно при $x=-7$;

г) о сходимости ряда при $x=-7$ ничего сказать нельзя.

17. Ряд Тейлора произвольной функции $f(x)$ в окрестности точки $x = x_0$ имеет вид:

а) $f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1}\cdot(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2}\cdot(x-x_0)^2+...+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n}\cdot(x-x_0)^n+...$

б) $f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}\cdot(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}\cdot(x-x_0)^2+...+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}\cdot(x-x_0)^n+...$

в) $f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)+f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2+...+f^{(n)}(x_0)\cdot(x-x_0)^n+...$

г) $f(x_0)+\frac{1!}{f'(x_0)}\cdot(x-x_0)+\frac{2!}{f''(x_0)}\cdot(x-x_0)^2+...+\frac{n!}{f^{(n)}(x_0)}\cdot(x-x_0)^n+...$

18. Ряд $x+x^2+x^3+...+x^n+...$ является разложением в ряд Тейлора функции

а) e^x; б) $\sin x$; в) $\frac{1}{1-x}$; г) $\ln(1+x)$.

Тема 10. Вектор, векторные пространства

Подготовить ответы на вопросы:

1. Вектор, операции с векторами.
2. Определение векторного пространства. Примеры векторных пространств.
3. Линейная зависимость векторов. Базис. Координаты вектора. Размерность векторного пространства.

Задание для самостоятельной работы:

1. Векторное произведение, его свойства, применение к прикладным проблемам.
2. Смешанное произведение векторов, его свойства, применение к прикладным проблемам.

Практическое задание:

1. Найти объём параллелепипеда, образованного векторами (1; -1; 3), (2; 3; 2), (4; 2; -1).

2. При каком значении параметра a векторное произведение векторов (-a; 2; 1), (3; a; -1) будет тривиальным?

Тестовые задания по теме:

1. Векторы $\bar{a} = (3{,}5)$, $\bar{b} = (-6{,}-10)$

   а) коллинеарны; б) ортогональны;

   в) линейно независимы; г) противоположны.

2. Если векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ коллинеарны, то

   а) $|\bar{a}| = |\bar{b}|$; б) они имеют одинаковые направления;

   в) линейно зависимы; г) линейно независимы.

3. Два вектора линейно зависимы тогда и только тогда, когда

   а) один из них нулевой; б) они коллинеарны;

   в) они компланарны; г) они ортогональны.

4. Скалярное произведение векторов $\bar{a} = (1{,}2)$, $\bar{b} = (3{,}4)$ равно

   а) (3, 8); б) (8, 3); в) (4, 6); г) 11.

Тема 11. Системы линейных уравнений

Подготовить ответы на вопросы:

1. Система линейных уравнений: основные понятия.
2. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
3. Метод Гаусса.
4. Пространство решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
5. Теорема Кронекера-Капелли. Структура множества решений системы линейных неоднородных уравнений.

Задание для самостоятельной работы:

1. Доказать, что элементарное преобразование третьего рода может быть выражено через элементарные преобразования первого и второго рода.

2. При анализе каких экономических задач используются системы линейных уравнений?

Практическое задание:

1. Решить методом Гаусса систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ 5x_1 + 11x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - 7x_2 - x_3 + 2x_4 = 7. \end{cases}$$

2. Решить методом Гаусса систему уравнений:

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7, \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$$

Тестовые задания по теме:

1. Число решений системы линейных уравнений не может быть равно:

   а) 0; б) 1; в) 2; г) ∞.

2. Система линейных однородных уравнений

   а) всегда имеет решение;

   б) может не иметь решений;

   в) всегда имеет бесконечное множество решений;

   г) всегда имеет единственное решение.

3. Если ранг основной матрицы системы линейных уравнений равен рангу расширенной матрицы, то система

   а) имеет единственное решение; б) совместна;

   в) имеет бесконечное множество решений; г) несовместна.

Тема 12. Матрица, определитель

Подготовить ответы на вопросы:

1. Матрица: определение, виды матриц, операции над матрицами.
2. Обратная матрица и ее вычисление.

3. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение матричных уравнений.
4. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Инвариантность ранга матрицы относительно элементарных преобразований.
5. Определитель, свойства определителя. Вычисление определителя разложением по строке или столбцу.
6. Метод Крамера для решения системы линейных уравнений.

Задание для самостоятельной работы:

1. Провести сравнительный анализ метода Гаусса и метода Крамера для решения систем линейных уравнений.
2. Сравнить различные способы вычисления определителя.

Практическое задание:

1. Найти определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$.
2. Найти обратную матрицу к матрице A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Тестовые задания по теме:

1. Система Крамера

   а) всегда имеет единственное решение;

   б) может не иметь решений;

   в) имеет бесконечное множество решений;

   г) неопределенна.
2. Если определитель равен нулю, то

   а) он имеет нулевую строку;

   б) его строки пропорциональны;

   в) его строки линейно зависимы;

   г) он имеет хотя бы один нулевой элемент.
3. Какому условию должны удовлетворять матрицы A и B, чтобы существовало произведение AB?

а) матрицы А и В должны быть квадратными;

б) число строк матрицы А равно числу строк матрицы В;

в) число столбцов матрицы А равно числу столбцов матрицы В;

г) число столбцов матрицы А равно числу строк матрицы В.

4. Как изменится определитель, если переставить местами две его строки?

   а) не изменится; б) изменит знак на противоположный;

   в) станет равен нулю; г) может измениться произвольным образом.

5. При транспонировании матрицы ее определитель.

   а) станет равен нулю; б) изменит знак на противоположный;

   в) не изменится; г) может измениться произвольным образом.

6. Определитель существует

   а) только у невырожденной матрицы;

   б) только у квадратной матрицы;

   в) у любой матрицы;

   г) только у матриц второго порядка.

7. Как изменится определитель 4-го порядка, если все его элементы удвоить?

   а) не изменится; б) увеличится в 2 раза;

   в) увеличится в 4 раза; г) увеличится в 16 раз.

8. Произведение матриц $(-2 \quad 3 \quad 1)\cdot\begin{pmatrix}4\\1\\2\end{pmatrix}$

   а) не определено; б) = (-3);

   в) $=\begin{pmatrix}-8 & 12 & 4\\-2 & 3 & 1\\-4 & 6 & 2\end{pmatrix}$; г) $=\begin{pmatrix}-8 & -2 & -4\\12 & 3 & 6\\4 & 1 & 2\end{pmatrix}$.

9. Сумма матриц А + В определена

   а) для любых матриц;

   б) только для квадратных матриц;

в) для матриц одинакового размера;

г) если число столбцов матрицы А равно числу строк матрицы В.

10. Обратная матрица существует

а) у любой матрицы;

б) у любой квадратной матрицы;

в) у любой ненулевой матрицы;

г) у любой квадратной матрицы с ненулевым определителем.

11. Какое из следующих матричных равенств неверно?

а) A + B = B + A;

б) AB = BA;

в) (AB)C = A(BC);

г) (A + B)C = AC + BC.

12. Какое из следующих равенств для определителей верно?

а) $|AB| = |A| \cdot |B|$;

б) $|A + B| = |A| + |B|$;

в) $|A - B| = |A| - |B|$;

г) $|\lambda A| = \lambda |A|$.

Тема 13. Задача на безусловный экстремум

Подготовить ответы на вопросы:

1. Задача на безусловный экстремум для функции нескольких переменных: постановка, основные понятия.
2. Теорема Ферма (необходимое условие экстремума).
3. Теорема о достаточных условиях в задаче на безусловный экстремум для функции нескольких переменных.

Задание для самостоятельной работы:

1. Провести сравнительный анализ методов решения задач на безусловный экстремум для недифференцируемых функций.

2. Привести пример функции, для которой в точке экстремума выполняются необходимые условия, при этом, достаточные условия не выполняются.

Практическое задание:

1. Решить задачу на безусловный экстремум

$$(x+3)^3 - 12x - (y-1)^3 + 3y - 12 \to extr.$$

2. Решить задачу на безусловный экстремум

$$e^{x^2-4xy+2y^2} \to extr.$$

Тестовые задания по теме:

1. Стационарная точка функции $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4y + 1$:

   а) (0;1); б) (1;1) в) (1;-1); г) (-1;1).

2. Если x^* - точка минимума функции $f(x)$, тогда матрица Гессе $H(x)$ функции $f(x)$ в точке x^*:

   а) положительно определена; б) отрицательно определена;

   в) не определена; г) не отрицательно определена.

3. В стационарной точке:

   а) частные производные не существуют;

   б) частные производные равны нулю;

   в) частные производные положительны;

   г) частные производные не равны нулю.

Тема 14. Задача нелинейного программирования

Подготовить ответы на вопросы:

1. Постановка задачи нелинейного программирования.
2. Теорема Вейерштрасса.
3. Теорема Каруша-Джона.
4. Седловая точка как достаточное условие минимума в задача НП.
5. Теорема о седловой точке.

Задание для самостоятельной работы:

1. Сформулировать случаи, когда существует решение задачи нелинейного программирования.
2. Привести пример задачи нелинейного программирования, в которой есть решение, но седлово й точки нет.

Практическое задание:

1. Решить задачу нелинейного программирования:
$$xy \to min, x^2 + y^2 \leq 1 .$$
2. Найти седловую точку функции в задаче нелинейного программирования:
$$xy^2 \to min,\ x + 4y \geq 15,\ 4x + y \geq 15.$$

Тестовые задания по теме:

1. Выберите неверное утверждение. В задаче нелинейного программирования:

   а) ограничения могут быть сформулированы в виде неравенств;

   б) ограничения могут быть сформулированы как в виде неравенств, так и в виде равенств;

   в) функции, входящие в постановку задачи должны быть дифференцируемыми;

   г) функции, входящие в постановку задачи могут быть непрерывными.
2. Выберите верное утверждение. Седловая точка функции Лагранжа:

   а) является необходимым условием решения задачи НП;

   б) является достаточным условием решения задачи НП;

   в) является необходимым и достаточным условием решения задачи НП;

   г) в полярных координатах имеет представление похожее на седло.
3. В теореме Каруша-Джона требуется, чтобы функции, входящие в постановку задачи НП, были:

а) непрерывно дифференцируемыми; б) непрерывными;

в) дискретными; г) ограниченными.

Тема 15. Задача выпуклого программирования

Подготовить ответы на вопросы:

1. Выпуклые множества, их свойства.
2. Выпуклые функции, их свойства.
3. Дифференциальные свойства выпуклых функций.
4. Постановка задачи выпуклого программирования.
5. Теорема Куна-Таккера.
6. Задача линейного программирования, двойственная задача ЛП.
7. Теоремы двойственности.

Задание для самостоятельной работы:

1. Дать понятие регулярности множества, видов регулярности множеств.
2. Дать экономическую интерпретацию прямой и двойственной задач линейного программирования.
3. Освоить графический способ решения задач линейного программирования.

Практическое задание:

1. Найти решение задачи ВП:
   $x^2 + y^2 \to min,\ x + 2y \geq 12,\ 2x + y \geq 12,\ x \geq 0, y \geq 0.$
2. Найти решение задачи ВП:
   $$3x + y \to max,\ x^2 + y^2 \leq 4,\ x \geq 0.$$

Тестовые задания по теме:

1. Выберите верное утверждение. Задачей ВП является:

   а) максимизация вогнутой функции на выпуклом множестве;

   б) минимизация вогнутой функции на выпуклом множестве;

   в) максимизация выпуклой функции на выпуклом множестве;

г) минимизация выпуклой функции на вогнутом множестве.

2. Задача линейного программирования состоит в:

   а) составлении и решении системы линейных уравнений;

   б) минимизации выпуклой функции при наличии линейных ограничений;

   в) разработке линейного алгоритма и реализации его на компьютере;

   г) минимизации (максимизации) линейной функции при наличии линейных ограничений.

3. Системой ограничений задачи линейного программирования может являться система:

   а) $\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 3, \\ x_1 + x_2 \leq 0. \end{cases}$; б) $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \geq 3, \\ x_1 - x_2 \leq 2. \end{cases}$; в) $\begin{cases} \sqrt{x_1} + x_2 = 4, \\ x_1 + x_2^2 \leq 6. \end{cases}$; г) $\begin{cases} x_2^3 - x_1 = 4, \\ x_1^2 - x_2^2 \geq 4. \end{cases}$.

4. Выберите верное утверждение. Седловая точка функции Лагранжа:

   а) является необходимым условием решения задачи ВП;

   б) является достаточным условием решения задачи ВП;

   в) является необходимым и достаточным условием решения задачи ВП;

   г) в полярных координатах имеет представление похожее на седло.

Тема 16. Метод производственных функций

Подготовить ответы на вопросы:

1. Понятие производственной функции (ПФ), ее свойства.
2. Неоклассическая производственная функция.
3. Мультипликативная ПФ, ее свойства. Функция Коба-Дугласа.
4. Эластичность выпуска. Предельная норма замещения.
5. Максимизация прибыли без ограничений на производственные факторы.
6. Максимизация прибыли при ограниченных издержках на производственные факторы.

Задание для самостоятельной работы:

1. Проанализировать в каких экономических проблемах предпочтительнее применять ПФ отличную от неоклассической.
2. В каких экономических проблемах используется функция с постоянной нормой замещения?

Практическое задание:

1. Вычислить эластичность выпуска Y по производственным факторам x_1, x_2 для следующих ПФ:

$$Y = \sqrt[a]{x_1} + \ln(1 + bx_2)\,; \quad Y = (1 + 4x_1)^{\frac{1}{2}}(1 + 6x_2)^{2/3}.$$

2. Найти оптимальные значения объемов производственных факторов x_1, x_2, если цены использования единицы фактора равны $c_1 = 2$, $c_2 = 3$, соответственно, $Y = \sqrt{x_1} + \ln(1 + x_2)$.

Тестовые задания по теме:

1. Какая из функций удовлетворяет свойствам неоклассической производственной функции?

   а) $Y = 2x_1^{0,7}x_2^{0,5}$; б) $Y = 2x_1^{0,7} + x_2^{0,5}$;

   в) $Y = 2x_1^{0,7}x_2^{1,2}$; г) $Y = 2x_1^{0,7} + x_2^{1,2}$.

2. В мультипликативной ПФ $Y = 4K^{0,5}L^{0,6}$ эластичность выпуска Y по капиталу K равна:

   а) 4; б) 2; в) 0,6; г) 0,5.

3. Какая функция является функцией Коба-Дугласа?

   а) $Y = 4K^{0,5}L^{0,6}$; б) $Y = 4K^{0,4}L^{0,6}$;

   в) $Y = 4K^{0,5} + L^{0,6}$; г) $Y = 4K^{0,4} + L^{0,6}$.

4. Предельная норма замещения показывает:

   а) на сколько процентов увеличивается валовый выпуск, при увеличении производственного фактора на один процент;

   б) на сколько рублей изменяется валовый выпуск при увеличении производственного фактора на одну единицу;

в) сколько потребуется единиц производственного фактора чтобы увеличить валовый выпуск на один процент;

г) на сколько единиц нужно увеличить один производственный фактор чтобы компенсировать выбывшую единицу другого производственного фактора.

5. Производственная функция представляет:

   а) количественное значение выпуска, определяемое значениями производственных факторов;

   б) должностную инструкцию для трудовых производственных ресурсов;

   в) математическую модель спроса на конечную продукцию производственного предприятия;

   г) функцию производственного процесса в общей бизнес-модели выпуска продукции или услуг.

Тема 17. Модель потребительского спроса

Подготовить ответы на вопросы:

1. Постановка общей задачи теории потребительского спроса.
2. Функция полезности, ее свойства.
3. Порядковая функция полезности.
4. Модель потребительского выбора (ПВ).
5. Функции спроса. Законы Госсена.

Задание для самостоятельной работы:

1. Провести сравнение ординальной и кардинальной функций полезности.
2. Рассмотреть уравнение Слуцкого. Какие эффекты можно получить из уравнения Слуцкого?

Практическое задание:

1. Найти оптимальное количество благ в задаче потребительского выбора, если функция полезности $u(x_1, x_2) = {x_1}^{0,3}{x_2}^{0,8}$, цены на блага $p_1 = 10$, $p_2 = 15$, бюджет $M = 1200$.
2. Построить функции спроса для следующих функций полезности:

   а) $u(x_1, x_2) = \sqrt[a]{x_1} + \ln(1 + bx_2)$;

   б) $u(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{x_1 x_2}}{x_1 + 0,5}$.
3. Исследовать вогнутость и возрастание функции полезности:

   а) $u(x_1, x_2) = {x_1}^{\alpha}{x_2}^{\beta}$;

   б) $u(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - c_1)^{\alpha}(x_2 - c_2)^{\beta}(x_3 - c_3)^{\gamma}$;

   в) $u(x_1, x_2) = \sqrt[a]{x_1} + \ln(1 + bx_2)$;

   г) $u(x_1, x_2) = \sqrt{{x_1}^2 + ax_2}$.

Тестовые задания по теме:

1. Если на пространстве благ C выполняется условие транзитивности, то:

   а) $\forall\, x, y \in C$, если $x \preccurlyeq y$, то $y \preccurlyeq x$;

   б) $\forall\, x, y \in C$, если $x \preccurlyeq y$, то $x \leq y$;

   в) $\forall\, x, y, z \in C$, если $x \preccurlyeq y$, $y \preccurlyeq z$, то $x \leq z$;

   г) $\forall\, x, y, z \in C$, если $x \preccurlyeq y$, $y \preccurlyeq z$, то $x \preccurlyeq z$.
2. Второй закон Госсена означает:

   а) отношение предельных полезностей благ равно отношению цен на эти блага;

   б) с увеличением потребления блага полезность увеличивается;

   в) полезность блага не зависит от цены на это благо;

   г) каждая дополнительная единица блага дает меньший прирост полезности.
3. Частные производные функции полезности:

   а) отрицательны по каждому благу;

   б) положительны по каждому благу;

в) меняют знак в точке максимальной полезности;

г) не определены.

Тема 18. Модель Леонтьева

Подготовить ответы на вопросы:

1. Постановка модели межотраслевого баланса.
2. Продуктивность в модели Леонтьева.
3. Двойственная задача в модели Леонтьева, ее прибыльность.

Задание для самостоятельной работы:

1. Теорема Фробениуса-Перрона. Критерий продуктивности модели Леонтьева.
2. Сформулировать предпосылки для применения модели Леонтьева.

Практическое задание:

1. Определить при каких значениях параметра a модель Леонтьева продуктивна, если матрица технологических затрат $A = \begin{pmatrix} 0,2 & a \\ 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$.
2. Определить цены на продукцию отраслей в модели Леонтьева, если вектор добавленных стоимостей $v = (5; 4; 6)$, матрица технологических затрат $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,2 \\ 0,5 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$.

Тестовые задания по теме:

1. Модель межотраслевого баланса Леонтьева относится к:

   а) микроэкономическим моделям;

   б) макроэкономическим моделям;

   в) логистическим моделям;

   г) моделям экономического роста.

2. Продуктивность модели Леонтьева означает:

   а) для любого неотрицательного вектора спроса на конечный продукт существует неотрицательный вектор валового выпуска;

б) для любого неотрицательного вектора добавленных стоимостей существует неотрицательный вектор валового выпуска;

в) для любого неотрицательного вектора валового продукта существует неотрицательный вектор спроса на конечный продукт;

г) для любого неотрицательного вектора добавленных стоимостей существует неотрицательный вектор цен на продукцию отраслей.

3. Определить продуктивность модели Леонтьева, если матрица технологических затрат A:

а) $\begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}4 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}4 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0{,}1 & -0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}4 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}2 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}1 \end{pmatrix}$.

4. Если валовый выпуск $x = (200; 150)$, матрица технологических затрат $A = \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}1 \\ 0{,}3 & 0{,}5 \end{pmatrix}$, то спрос на конечный продукт:

а) $(95; 135)$; б) $(125; 95)$; в) $(105; 15)$; г) $(75; 55)$.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

основная:

1. Белый Е. М., Эткин А. Е., Эткина Г. П. Математика для экономистов. Ульяновск, 2006.
2. Горбунов В.К. Введение в теорию экстремума: учеб. пособие – Ульяновск: УлГУ, 1999.
3. Колемаев В.А. Математическая экономика [Электронный ресурс]: учебник для вузов/ Колемаев В.А. — Электрон. текстовые данные — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 399 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/81793.html — ЭБС «IPRbooks»

дополнительная:

1. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике. В 2 частях. Часть 1,2. — М.: Айрис-пресс, 2009. —288с.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 частях. Часть 1. — М.: Оникс, 2007. — 304с.
3. Сударев Ю.Н. и др. Основы линейной алгебры и математического

анализа. — М.: Академия, 2009. — 352с.

учебно-методическая:

1. Математический анализ. Сборник заданий: учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.]; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 206 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-11516-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://www.biblio-online.ru/bcode/445454.
2. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике: Учеб.пособие для втузов / Минорский Василий Павлович. - В пер. - Москва: Наука, 1977. - 352с.