

А.Д.Вентцель
КУРС ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ
(2-е изд., доп.—М.: Наука. Физматлит, 1996)

Предназначена для первоначального ознакомления с теорией случайных процессов. Подчеркивается связь этой теории с фактами функционального анализа.

Основное внимание уделяется не выкладкам и не доказательству теорем в окончательной форме, а объяснению сути применяемых методов на простом по возможности материале. В ходе изложения дается около 250 задач различной трудности и разного характера (упражнения, примеры, части доказательств, обобщения и т.п.); примерно для двух третей из них приведены решения.

Во втором издании (1-е изд.—1975 г.) добавлены параграфы о сходимости распределений в функциональных пространствах и о компенсаторах случайных функций.

Для студентов и аспирантов механико-математических факультетов университетов.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию	5
Предисловие к первому изданию	
Введение	9
Глава 1. Основные понятия	16
§ 1.1. Что такое случайный процесс?	16
§ 1.2. Примеры случайных процессов. Винеровский процесс	18
§ 1.3. Обзор методов теории случайных процессов	27
§ 1.4. Важнейшие классы случайных процессов	34
Глава 2. Элементы случайного анализа	39
§ 2.1. Сходимости, непрерывности, производные, интегралы	39
§ 2.2. Стохастические интегралы от неслучайных функций	51
Глава 3. Некоторые понятия общей и корреляционной теории случайных процессов	63
§ 3.1. Связанные со случайной функцией \mathcal{O} -алгебры и пространства случайных величин	63
§ 3.2. Операторы сдвига	68
§ 3.3. Задачи наилучшей оценки	74
Глава 4. Корреляционная теория стационарных (в широком смысле) случайных процессов	84
§ 4.1. Корреляционные функции	84
§ 4.2. Спектральные представления	90
§ 4.3. Решение задачи линейного прогнозирования	98
Глава 5. Бесконечномерные распределения. Свойства с вероятностью 1	108
§ 5.1. Распределения случайных функций. Теорема Колмогорова о конечномерных распределениях	108

§ 5.2. Свойства с вероятностью 1	120
§ 5.3. Абсолютная непрерывность бесконечномерных распределений и плотности	131
§ 5.4. Слабая сходимость бесконечномерных распределений	137
Глава 6. Марковские моменты, свойства независимости от будущего	147
§ 6.1. Марковские моменты	147
§ 6.2. Свойства независимости от будущего	152
Глава 7. Мартингалы	161
§ 7.1. Мартингалы, субмартингалы, супермартингалы	161
§ 7.2. Компенсаторы	167
§ 7.3. Неравенства и равенства, связанные с мартингалами	170
§ 7.4. Теорема о сходимости супермартингалов	177
Глава 8. Марковские процессы. Основные понятия	183
§ 8.1. Марковские процессы и марковские семейства	183
§ 8.2. Различные формы марковского свойства. Конечномерные распределения	191
§ 8.3. Семейства операторов, связанные с марковскими процессами	202
§ 8.4. Однородные марковские семейства	213
§ 8.5. Строго марковские процессы	219
§ 8.6. Стационарные марковские процессы	229
Глава 9. Марковские процессы с непрерывным временем. Свойства траекторий. Строго марковское свойство	231
§ 9.1. Свойства траекторий	231
§ 9.2. Строго марковское свойство для феллеровских марковских семейств с непрерывными справа траекториями	236
Глава 10. Инфинитезимальные операторы	240
§ 10.1. Инфинитезимальный оператор полугруппы	240
§ 10.2. Резольвента. Теорема Хилле — Йосида	247
§ 10.3. Инфинитезимальные операторы и марковские процессы	252
Глава 11. Диффузии	264
§ 11.1. Что такое диффузия?	264
§ 11.2. Результаты Колмогорова. Обратное и прямое уравнения	266
Глава 12. Стохастические уравнения	277
§ 12.1. Стохастические интегралы от случайных функций	277
§ 12.2. Стохастический интеграл как функция верхнего предела	289
§ 12.3. Стохастические дифференциалы. Формула Ито	295
§ 12.4. Решение стохастических уравнений методом последовательных приближений	306
§ 12.5. Диффузии, задаваемые стохастическими уравнениями	314
Глава 13. Связь диффузий с уравнениями в частных производных	322
§ 13.1. Уравнения, связанные с дискретными цепями Маркова	322
§ 13.2. Случай решений, допускающих гладкое продолжение	324
§ 13.3. Регулярные и сингулярные точки границы	335

Решения задач	343
Список обозначений	394
Список литературы	396
Предметный указатель	397

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Бесконечномерные распределения	— семейство 189, 197
30, 108	— — однородное 213
— — плотности 131	Мартингал 161
Бикомпенсатор 169	Мартингалы и супермартингалы,
Броуновское движение 19, 187, 267	существование пределов 178
Вероятностный процесс 16	Мера с независимыми,
Выборочная функция 16—17	некоррелированными
...в широком смысле 29	значениями см. Случайная мера
Гильбертов кирпич 114	Микротема 6
Диффузия 264	Момент достижения множества 149
Задача Дирихле 328	μ -система 191
— интерполяции 78	Неотрицательно определенные
— Коши 259, 322	функции 28, 89
— линейного прогнозирования 80, 98	Непрерывность в среднем 41
— фильтрации 77	Неравенство Колмогорова 174
— экстраполяции (прогнозирования)	Неубывающее семейство σ -алгебр
77	147
Задачи наилучшей оценки 74	Оператор замкнутый 250
Закон повторного логарифма для	— локальный 253
винеровского процесса 176, 341	Операторы, связанные с марковским
Законы больших чисел для	семейством 203
стационарных процессов 87	— сдвига 68, 226
— нуля или единицы 31, 67, 238	Переходная плотность 184
Измеримость прогрессивная 152	— функция 183
Измеримость случайной функции 33	— — однородная 213
Инвариантная мера 229	Полугруппа операторов 214
Инфинитезимальный оператор 240	Предсказуемость 152
Квадратичный компенсатор 170	Принцип максимума 245
Компенсатор случайной функции 167	Пространства случайных величин,
Корреляционная теория случайных	линейно порожденные
функций 29	случайной функцией 64
— функция 28	— —, порожденные случайной
— — взаимная 28	функцией 63
— — совместная 28	Процесс винеровский 18
— — стационарного процесса 36	— — многомерный 21
Марковский момент 32, 147	— —, непрерывность реализаций 18,
— процесс 38, 185	126
Марковское свойство 185—199, 219	— — остановленный 224