

# Основы Математического Моделирования

Физический факультет МГУ им. Ломоносова.  
Боголюбов А. Н.

<b>Глава I. Основные понятия и принципы математического моделирования.</b>	
§1. Математика и математическое моделирование . . . . .	3
§2. Прямые и обратные задачи математического моделирования . . . . .	5
§3. Универсальность математических моделей. Принцип аналогий . . . . .	6
§4. Иерархия моделей . . . . .	9
<b>Глава II. Некоторые классические задачи математической физики.</b>	
§1. Задача с данными на характеристиках (задача Гурса) . . . . .	12
§2. Общая задача Коши. Функция Римана . . . . .	17
2.1. Функция Римана . . . . .	17
2.2. Физический смысл функции Римана . . . . .	25
2.2. Уравнения с постоянными коэффициентами . . . . .	28
§3. Задача о промерзании (задача о фазовом переходе, задача Стефана) . . . . .	31
3.1. Метод подобия . . . . .	35
§4. Динамика сорбции газа . . . . .	37
§5. Простейшие задачи для уравнения Шредингера . . . . .	41
5.1. Уравнение Шредингера . . . . .	41
5.2. Гармонический осциллятор . . . . .	42
5.3. Ротатор . . . . .	44
5.4. Движение электрона в кулоновском поле . . . . .	46
5.5. Свойство полиномов Эрмита . . . . .	52
<b>Глава III. Математическое моделирование нелинейных объектов и процессов.</b>	
§1. Математические модели процессов нелинейной теплопроводности и горения . . . . .	53
1.1. Краевые задачи для квазилинейного уравнения теплопроводности . . . . .	53
1.2. Решения с обострениями . . . . .	57
§2. Математические модели теории нелинейных волн . . . . .	62
2.1. Метод характеристик . . . . .	62
2.2. Обобщенное решение. Условие на разрыве . . . . .	65
2.3. Уравнение Кортевега-де Фриза и законы сохранения . . . . .	69
2.4. Схема метода обратной задачи . . . . .	70
2.4.1. Прямая и обратная задачи рассеяния . . . . .	70
2.4.2. Решение задачи Коши . . . . .	72
2.4.3. Схема построения быстроубывающих решений задачи Коши . . . . .	74
<b>Глава IV. Методы исследования математических моделей.</b>	
§1. Вариационные методы решения краевых задач и определения собственных значений . . . . .	77
1.1. Принцип Дирихле . . . . .	77
1.2. Задача о собственных значениях . . . . .	79

§2. Некоторые алгоритмы проекционного метода . . . . .	81
2.1. Общая схема алгоритмов . . . . .	81
2.2. Метод Рунге . . . . .	82
2.3. Метод Галёркина . . . . .	85
2.4. Обобщенный метод моментов . . . . .	86
2.5. Метод наименьших квадратов . . . . .	87
§3. Метод конечных разностей . . . . .	88
3.1. Основные понятия . . . . .	88
3.2. Разностная задача для уравнения теплопроводности на отрезке . . . . .	91
3.3. Метод прогонки . . . . .	96
3.4. Экономичные разностные схемы. Схема переменных направлений . . . . .	98
3.5. Консервативные однородные разностные схемы . . . . .	100
3.5.1. Интегро-интерполяционный метод (ИИМ) – метод баланса . . . . .	100
3.5.2. Метод конечных элементов (МКЭ) – проекционно-сеточный метод . . . . .	102
§4. Асимптотические методы . . . . .	105
4.1. Метод малого параметра . . . . .	105
4.1.1. Регулярные возмущения . . . . .	105
4.1.2. Сингулярные возмущения . . . . .	108
4.2. Метод ВКБ (Венцеля, Крамерса, Бриллюэна) . . . . .	113
4.3. Метод усреднения Крылова-Боголюбова . . . . .	117
<b>Глава V. Некоторые новые методы и объекты математического моделирования.</b>	
§1. Фракталы и фрактальные структуры . . . . .	126
1.1. Фракталы в математике . . . . .	126
1.2. Размерность самоподобия . . . . .	128
1.3. Фракталы в природе . . . . .	129
1.4. Моделирование дендритов . . . . .	130
1.5. Иллюстрации к параграфу . . . . .	131
§2. Самоорганизация и образование структур. Синергетика . . . . .	133
2.1. Диссипативные структуры . . . . .	133
2.2. Модель брюсселятора . . . . .	134