

2906 *Fizi*

П. БИЛЛИНГСЛИ

СХОДИМОСТЬ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР

Перевод с английского

А. В. ПРОХОРОВА

под редакцией

В. В. САЗОНОВА



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Москва 1977

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода	3
Из предисловия автора	5
Введение	7
Глава 1. Слабая сходимость в метрических пространствах	15
§ 1. Меры в метрических пространствах	15
Меры и интегралы (15). Плотность (18). Задачи (19).	
§ 2. Свойства слабой сходимости	21
Теорема об условиях слабой сходимости (21). Другие критерии (25). Задачи (28).	
§ 3. Некоторые частные случаи	30
Евклидово пространство (30). Окружность (32). Пространство R^∞ (32). Пространство C (33). Произведение пространств (34). Задачи (35).	
§ 4. Сходимость по распределению	36
Случайные элементы (36). Сходимость по распределению (38). Сходимость по вероятности (40). Произведение пространств (42). Задачи (46).	
§ 5. Слабая сходимость и отображения	47
Непрерывные отображения (47). Основная теорема (48). Предельный переход под знаком интеграла (50). Обобщение теоремы 5.1 (52). Задачи (54).	
§ 6. Теорема Прохорова	54
Относительная компактность (54). Основная теорема (58). Обратная теорема (62). Задачи (63).	
§ 7. Первые приложения	64
Гладкие функции (64). Центральная предельная теорема (65). Характеристические функции (70). Прием Крамера — Уолда (75). Локальная и интегральная предельные теоремы (76). Слабая сходимость на окружности и торе (77). Задачи (80).	
Глава 2. Пространство C	82
§ 8. Слабая сходимость и плотность в C	82
Слабая сходимость (82). Плотность (83). Случайные функции (86). Координатные величины (90). Задача (91).	
§ 9. Существование винеровской меры	91
Винеровская мера (91). Броуновский мост (95). Сепарабельные стохастические процессы (96). Задачи (100).	

§ 10.	Теорема Донскера	100
	Теорема (100). Приложение (103). Необходимое условие плотности (106). Другое доказательство теоремы Донскера (108). Задачи (112).	
§ 11.	Функции от траекторий броуновского движения	112
	Максимум и минимум (113). Закон арксинуса (116). Броуновский мост (121). Задачи (124).	
§ 12.	Флуктуации частичных сумм	125
	Максимум (125). Смешанные моменты (127). Приложение (128). Доказательство теоремы 12.1 (131). Моменты (134). Критерий плотности (133). Другие неравенства (139). Задачи (145).	
§ 13.	Эмпирические функции распределения	146
Глава 3. Пространство D		153
§ 14.	Геометрии пространства D	153
	Пространство D (153). Топология Скорохода (155). Полнота пространства D (160). Компактность в D (162). Вторая характеристика компактности (165). Конечномерные множества (168). Задачи (172).	
§ 15.	Слабая сходимость и плотность в D	172
	Конечномерные распределения (172). Плотность (174). Случайные элементы пространства D (178). Критерий сходимости (179). Критерий существования (181). Другие критерии (185). Сепарабельные стохастические процессы (187). Задачи (190).	
§ 16.	Приложения	190
	Теорема Донскера (190). Доминированные меры (193). Эмпирические функции распределения (196). Задачи (198).	
§ 17.	Случайная замена времени	199
	Суммы случайного числа случайных величин (199). Случайная замена времени (201). Приложения (202). Теория восстановления (206).	
§ 18.	Равномерная топология	208
Глава 4. Зависимые величины		214
§ 19.	Диффузия	214
	Характеризация броуновского движения (214). Другие диффузионные процессы (220).	
§ 20.	Процессы с перемешиванием	230
	Ф-перемешивание (230). Неравенства для моментов (235). Функциональная центральная предельная теорема (241). Интегралы вместо сумм (246). Нестационарность (248).	
§ 21.	Функции от процессов с перемешиванием	252
	Предварительные замечания (252). Функциональная центральная предельная теорема (255). Приложения (263). Диофантово приближение (267). Нестационарность (268).	

§ 22. Эмпирические функции распределения	269
Процессы с φ -перемешиванием (269). Функции от процессов с φ -перемешиванием (275).	
§ 23. Мартингалы	282
§ 24. Симметрично зависимые случайные величины	286
Выбор (286). Симметрично зависимые величины (291).	
Добавление I. Метрические пространства	294
Сепарабельность (294). Компактность (296). Полунепрерывность сверху (298). Пространство R^∞ (299). Пространство C (301).	
Добавление II. Разное	304
Измеримость (304). Замена переменной (305). «Хвосты» распределений (305). Теорема Шеффе (306). Подпространства (307). Произведение пространств (307). Измеримость D_n (309). Теорема Хелли (310). Теорема Колмогорова (312). Измеримость некоторых отображений (316). Еще об измеримости (318).	
Добавление III. Теоретические дополнения	320
Проблема меры (320). Сепарабельные меры (321). Топологии слабой сходимости (324). Теорема Прохорова (329).	
Библиография	335
Список обозначений	342
Именной указатель	345
Предметный указатель	347