

## Вопросы к зачету по дисциплине «Модели физиологии»

1. Понятие моделирования, модели.
2. Понятие управления в системе, виды, схемы.
3. Определение классической вероятности.
4. Условная вероятность.
5. Математическое ожидание
6. Дисперсия.
7. Компьютерные модели гауссовских случайных величин.
8. Компьютерная модель винеровского процесса.
9. Компьютерная модель пуассоновского процесса.
10. Компьютерная модель процесса Орнштейна-Уленбека.
11. Модели популяционной динамики.
12. Модель «хищник-жертва».
13. Возрастные модели.
14. Процессы размножения и гибели.
15. Функция дожития.
16. Математические модели метаболических процессов.
17. Математические модели клеточного деления.
18. Математическая модель канцерогенеза.

\* \* \*

## Вопросы к зачету по дисциплине «Функциональный анализ»

1. Метрическое пространство. Плотные, открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Сепарабельность. Пример сепарабельного и не сепарабельного пространства.
2. Полные метрические пространства, примеры. Полнота пространства  $CL_p[0,1]$ ,  $p \geq 1$ . Лемма о вложенных шарах.
3. Компактные и предкомпактные множества в метрическом пространстве. Предкомпактность и вполне ограниченность. Теорема Хаусдорфа.
4. Компактные метрические пространства. Связь с предкомпактностью и замкнутостью.
5. Теорема Арцела.
6. Критерий предкомпактности в  $l_p$ ,  $p \geq 1$ .
7. Принцип сжимающих отображений. Разрешимость уравнения
$$f(x) + \int_0^x K(x,t)f(t)dt = g(x).$$
8. Полукольцо прямоугольников в  $R^2$  и  $\sigma$ -аддитивная мера на этом полукольце. Продолжение ее на кольцо элементарных множеств (без доказательства). Измеримые по Жордану и Лебегу множества. Справедливость импликации:  $A$  измеримо по Жордану  $\Rightarrow A$  измеримо по Лебегу. Несправедливость обратной импликации.
9. Теорема о  $\sigma$ -алгебре измеримых по Лебегу множеств. Непрерывность и полнота меры. Измеримость ограниченных открытых и замкнутых множеств. Существование неизмеримых множеств на отрезке.
10. Обобщение меры Лебега для неограниченных множеств. Мера Лебега-Стилтьеса. Теорема Лебега о представлении любой меры в виде суммы специальных мер.
11. Измеримые функции. Различные общие определения. Измеримость композиции функций. Измеримые функции на отрезке, критерий. Примеры.
12. Измеримость функции, непрерывной почти всюду. Измеримость предела последовательности измеримых функций, сходящихся почти всюду.

13. Связь между сходимостью почти всюду и по мере. Контрпример.
14. Существование сходящейся п.в. подпоследовательности в сходящейся по мере последовательности измеримых функций.
15. Определенный интеграл Лебега. Существование интеграла Лебега от ограниченной измеримой функции и от функции, для которой сходится ряд 
$$\sum_{k=0}^{\infty} (k+1)\mu(f^{-1}[k, k+1]).$$
16. Теоремы Б.Леви, Фату и Лебега (без доказательства). Условие интегрируемости функции  $f(x) = x^{-\alpha}$  на  $[0,1], \alpha \in R$ .
17. Теорема о полноте пространства  $L_1[0,1]$ .
18. Теорема о сепарабельности пространства  $L_1[0,1]$  (плотность в нем непрерывных функций)
19. Линейные нормированные и банаховы пространства. Линейные непрерывные функционалы, их норма. Эквивалентность непрерывности и ограниченности.
20. Сопряженное пространство, его полнота и нетривиальность. Теорема о пространстве, сопряженном к  $l_p, p \geq 1$ .
21. Теорема Хана-Банаха.
22. Линейные ограниченные операторы, их норма. Компактные операторы. Примеры. Некомпактность единичного оператора в бесконечномерном банаховом пространстве.
23. Теорема Банаха-Штейнгауза.
24. Теорема Банаха об обратном операторе (без доказательства). Достаточность одного из условий  $KerA = 0$  или  $Im A = L$  для обратимости оператора  $A \in L(L)$  в конечномерном пространстве  $L$ . Примеры необходимых операторов  $A \in L(L)$ , для которых выполнено одно из условий  $KerA \neq 0$  или  $Im A \neq L$ .
25. Предгильбертово пространство. Неравенство Коши-Буняковского, нормируемость. Гильбертово пространство, примеры.
26. Теорема об ортогонализации системы. Полные и замкнутые системы. Теорема о существовании замкнутых ОНС с сепарабельном гильбертовом пространстве.
27. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.
28. Эквивалентность полноты и замкнутости для систем. Изоморфность бесконечномерных сепарабельных гильбертовых пространств.
29. Теорема Рисса-Фишера. Сильная и слабая сходимость элементов в гильбертовом и банаховом пространствах. Пример слабо сходящейся последовательности, не сходящейся сильно. Сильная ограниченность слабо сходящейся последовательности.

\* \* \*

### Вопросы к зачету по дисциплине «Численные методы»

1. Понятие погрешности. Погрешность функции одной и нескольких переменных.
2. Теорема о сходимости простых итераций. Оценка скорости сходимости.
3. Сходимость метода хорд. Оценка его абсолютной погрешности.
4. Теорема о сходимости метода Ньютона решения нелинейного уравнения. Оценка его абсолютной погрешности.
5. Сходимость метода Ньютона на интервале  $[a; b]$  со специальным выбором начальной точки.
6. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
7. Методы квадратных корней.
8. Схема Халецкого.

9. Метод итераций.
10. Число обусловленности и анализ ошибок.
11. Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы.
12. Разностный оператор. Повторные разности от многочлена. Разностные уравнения первого и второго порядка.
13. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
14. Оценка погрешности интерполяции: погрешность метода и погрешность от начальных данных.
15. Интерполяционный многочлен Ньютона.
16. Численное дифференцирование, его погрешность.
17. Общая задача интерполирования. Теорема о наилучшем среднеквадратичном приближении.
18. Квадратурные формулы. Интерполяционные квадратурные формулы. Алгебраическая степень точности. Теорема об эквивалентности.
19. Формулы Ньютона-Котеса. Вывод формул трапеции и Симпсона (с остаточным членом).
20. Составные формулы квадратур. Составные формулы трапеций и Симпсона (с остаточным членом).
21. Метод экстраполяции повышения точности квадратурных формул. Правило Рунге.
22. Квадратурные формулы Гаусса наивысшей степени точности. Лемма 1 (с доказательством).
23. Квадратурные формулы Гаусса. Теорема о существовании и единственности.
24. Оценка погрешности квадратурных формул. Функция влияния. Примеры.
25. Интерполяционные формулы Адамса. Теорема об их погрешностях.
26. Метод Эйлера решения обыкновенного дифференциального уравнения.
27. Многошаговые методы численного интегрирования задачи Коши. Методы прогноза.
28. Многошаговые методы численного интегрирования задачи Коши. Методы коррекции.
29. Методы Рунге-Кутты численного интегрирования задачи Коши.
30. Устойчивость явного и неявного метода Эйлера численного решения задачи Коши. Понятие «жесткой» системы дифференциальных уравнений.
31. Кусочно-полиномиальная аппроксимация.
32. Определение сплайна. Кубические сплайны дефекта 1.
33. Эрмитовы сплайны.
34. Кривые Безье.

\* \* \*

### **Вопросы к зачету по дисциплине «Теория игр и исследование операций»**

1. Исследование операций и принятие решений.
2. Примеры задач линейного программирования.
3. Постановка задачи линейного программирования. Различные формы задач ЛП. Переход от одной формы к другой.
4. Геометрическая интерпретация ЗЛП. ( $n=2$  и  $n=3$ )
5. Выпуклые множества и выпуклые функции.
6. Теорема о разделяющей гиперплоскости. (с доказательством)
7. Базисные, допустимые и оптимальные решения.
8. Построение допустимого базисного решения в ЗЛП.
9. Критерий оптимальности.
10. Симплекс-таблица. Преобразование симплекс-таблицы.

11. Алгоритм симплекс-метода.(невыврожденный случай)
12. Симплекс-метод в общем случае. Заикливание. Борьба с заикливанием.
13. Метод искусственного базиса в ЗЛП.
14. М-метод искусственного базиса.
15. Модифицированный симплекс-метод.(Метод обратной матрицы).
16. Мультипликативный алгоритм симплекс-метода.
17. Двойственность в линейном программировании. Различные формы прямой и двойственной задач. Принципы двойственности.
18. Первая теорема двойственности.
19. Условия дополняющей нежесткости (слабая и сильная формы).
20. Теоретическое обоснование двойственного симплекс-метода.
21. Алгоритм двойственного симплекс-метода.
22. Постановка транспортной задачи. Свойства транспортной задачи. Матрица транспортной задачи и ее свойства.
23. Транспортные сети и маршруты.
24. Базисные решения ТЗ. Построение начального базисного решения в ТЗ.
25. Метод потенциалов. Алгоритм метода потенциалов.
26. Метод вычеркивания для поиска цикла. Вырожденная транспортная задача.
27. Открытые транспортные задачи.
28. Другие виды транспортных задач.
29. Задача о назначениях. Эквивалентные матрицы.
30. Алгоритм решения задачи о назначениях и его обоснование.
31. Венгерский алгоритм для транспортной задачи.
32. Обоснование Венгерского алгоритма для транспортной задачи.
33. Основные понятия теории игр. Классификация игр. Понятие стратегии. Выбор стратегий в антагонистических играх. Разновидности игровых моделей. Примеры игр.
34. Антагонистическая игра в нормальной форме. Принцип гарантированного результата. Максиминные и минимаксные стратегии.
35. Ситуация равновесия. Примеры игр с седловыми точками в матрицах и без седловых точек. Чистые и смешанные стратегии. Лемма о масштабе.
36. Нижнее и верхнее значение игры. Теорема о минимаксе.
37. Смешанные стратегии в матричных играх. Смешанное расширение игры. Ситуации равновесия для смешанных стратегий.
38. Основная теорема матричных игр.
39. Свойства оптимальных смешанных стратегий.
40. Спектр оптимальных стратегий.
41. Доминирование стратегий.

\* \* \*

### **Вопросы к зачету по дисциплине «Статистические пакеты обработки данных»**

1. Средства анализа данных на ЭВМ.
2. Статистическая проверка методов теории вероятностей и математической статистики в пакете Statistica.
3. Генерация выборок и группировка данных.
4. Построение графиков эмпирической функции распределения и гистограммы. Выборочные характеристики.
5. Описание двумерных выборок. Реализация в пакете Statistica.
6. Основные понятия предельных теорем. Теорема Бернулли.
7. Закон больших чисел в форме Чебышева. Усиленный закон больших чисел.
8. Теорема Гливенко. Центральная предельная теорема. Анализ данных в пакете Statistica.

9. Теоретическое и статистическое сравнение оценок.
10. Методы построения оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод порядковых статистик. Реализация в пакете Statistica.
11. Построение доверительных границ и интервалов. Реализация в пакете Statistica.
12. Критерий "Хи-квадрат" проверки статистических гипотез (простая и сложная гипотезы о вероятностях, гипотезы о типе распределения и об однородности выборки). Реализация в пакете Statistica.
13. Различение двух простых гипотез (при фиксированном объеме наблюдений, последовательный анализ Вальда). Реализация в пакете Statistica.
14. Дисперсионный анализ (однофакторный и двухфакторный). Реализация в пакете Statistica.
15. Линейный регрессионный анализ. Реализация в пакете Statistica.

\* \* \*

### **Вопросы к зачету по дисциплине «Математика страхования жизни»**

1. Математика простых и сложных процентов. Эффективные и номинальные процентные ставки. Расчет наращенной суммы.
2. Продолжительность предстоящей жизни. Законы распределения продолжительности предстоящей жизни: Де Муавра, Гомпертца.
3. Таблицы продолжительности жизни. Селективная и совокупная таблицы продолжительности жизни. Вероятности смерти для дробных частей года.
4. Усеченная продолжительность предстоящей жизни.
5. Краткосрочное страхование жизни. Анализ индивидуальных убытков.
6. Точный и приближенный расчет характеристик суммарного ущерба страховой компании.
7. Долгосрочное страхование жизни. Основные виды непрерывного и дискретного страхования.
8. Расчет нетто-премий для основных непрерывных видов страхования.
9. Расчет нетто-премий для основных дискретных видов страхования. Связь между непрерывным и дискретным страхованием.
10. Полные пожизненные ренты. Основные виды и их актуарные стоимости.
11. Пожизненные постоянные р-срочные и непрерывные пожизненные ренты.
12. Периодические премии. Схема расчёта нетто-премий для основных видов страхования.
13. Принципы назначения страховых премий.
14. Расчет защитной надбавки. Премии, учитывающие издержки.
15. Перестрахование.

\* \* \*

### **Вопросы к зачету по дисциплине «Компьютерные модели случайных процессов»**

1. Генераторы псевдослучайных величин, алгоритмы их работы.
2. Функция распределения, генерация случайных величин с заданной функцией распределения, эмпирическая функция распределения.
3. Винеровский процесс. Основные понятия, определения. Компьютерная модель винеровского процесса.
4. Моделирование диффузионных процессов. Процесс Орнштейна-Уленбека, процесс Долеан-Дэд.
5. Канонические представления случайных процессов.
6. Дискретизация непрерывных моделей.

7. Фильтр Калмана.
8. Точечные процессы. Процесс Пуассона.
9. Ветвящиеся процессы.
10. Цепи Маркова.
11. Пример моделирования СМО.
12. Моделирование по методу Монте-Карло.

\* \* \*

### **Вопросы к зачету по дисциплине «Теория массового обслуживания»**

1. Определения и обозначения теории потоков. Пуассоновский поток событий.
2. Потоки и функция восстановления. Распределения величин перескока и недоскока.
3. Основное свойство рекуррентных потоков. Сумма независимых рекуррентных потоков. Биномиальная схема деления рекуррентного потока.
4. Марковская модель рекуррентного потока. Вывод уравнений Колмогорова. Исследование рекуррентного потока решением уравнения Колмогорова.
5. Марковская модель полумарковского потока. Вывод уравнений Колмогорова. Исследование полумарковского потока решением уравнения Колмогорова.
6. Марковские модели массового обслуживания. Нестационарный режим в системе с неограниченным числом приборов.
7. Эргодичность цепей Маркова и условия существования стационарных режимов в системах массового обслуживания.
8. Однолинейные марковские системы массового обслуживания.
9. Задача Эрланга.
10. Период занятости и время ожидания в системе с рекуррентным обслуживанием.
11. Процессы с одним скачком. Теорема Деллашери. Точечные процессы. Компенсаторы процессов.
12. Мультивариантные процессы. Семимартингальное каноническое представление. Компенсаторы мер скачков.
13. Случайные блуждания в траекторном представлении, процессы блуждания с отражениями.
14. Семимартингальное представление в траекторной модели СМО. Предсказуемые и корреляционные характеристики считающих процессов и процессов очередей заявок в составных СМО.
15. Связь траекторного семимартингального представления с инфинитезимальным представлением процессов в СМО.
16. Предсказуемые характеристики процессов в немарковских системах.
17. Функциональные предельные теоремы для семимартингалов и анализ устойчивости СМО в нестационарных системах.
18. Семимартингальные методы оценивания параметров процессов в СМО.
19. Методы компьютерного моделирования точечных, мультивариантных процессов и случайных блужданий по предсказуемым характеристикам.
20. Алгоритмизация, структуры программ стохастического имитационного моделирования, проведение компьютерных экспериментов.
21. Анализ экспериментальных результатов. Эмпирические распределения и метрика Леви-Прохорова.
22. Методы компьютерного моделирования считающих процессов потоков и очередей в СМО по предсказуемым характеристикам, проведение компьютерных экспериментов, анализ экспериментальных результатов.
23. Моделирование объектов методами СМО с множественными траекториями с

финитными носителями.

24. Теоретический анализ и методы компьютерного стохастического имитационного моделирования СМО с множественными траекториями с финитными носителями.

25. Оценивания параметров процессов в сетях и объектах, допускающих модельное представление в терминах СМО.

\* \* \*

### **Вопросы к зачету по дисциплине «Случайный поиск в задачах многомерной оптимизации»**

1. Введение в поисковую оптимизацию объектов. Гомеостатический поиск и его дифференциальный аналог как примеры методов поиска с линейной тактикой.
2. Обзор основных методов выбора направления спуска и собственно спуска. Коррекция в процессе спуска.
3. Метод случайной модуляции (синхронного детектирования).
4. Метод близкочастотной случайной модуляции на примере системы размерности 2.
5. Нахождение плотности распределения угла между двумя равномерно распределенными на  $n$ -мерной сфере векторами.
6. Случайная шаговая оценка градиента.
7. Алгоритм наилучшей случайной пробы.
8. Статистический градиент (случай с помехами).
9. Локальное быстроедействие зависимого спуска в обстановке помех.
10. Локальное быстроедействие независимого спуска в обстановке помех.
11. Оптимальная фильтрация в процессе независимого спуска.
12. Интегральные свойства независимого спуска.
13. Интегральные свойства зависимого спуска.
14. Спуск с накоплением.

\* \* \*

### **Вопросы к зачету по дисциплине «Управление по неполным данным»**

1. Принцип динамического программирования.
2. Задача о поиске кратчайшего пути.
3. Принцип Беллмана.
4. Принцип максимума.
5. Дискретная схема Калмана
6. Фильтр Калмана в многомерном случае.
7. Управление по неполным данным в дискретной схеме Калмана.
8. Непрерывная схема Калмана. Теорема. Лемма 1.
9. Непрерывная схема Калмана. Лемма 2,3.
10. Управление по неполным данным в непрерывной схеме Калмана.
11. Задача управления скачкообразных процессов.
12. Элементы теории оптимальных моментов остановки. Примеры.
13. Оптимальный момент остановки в монотонном случае.

\* \* \*

### **Вопросы к зачету по дисциплине «Предельные теоремы для семимартингалов»**

1. Опциональная  $\sigma$ -алгебра.

2. Локализация.
3. Класс мартингалов  $M$ .
4. Класс возрастающих процессов. Свойство доминирования Ленгляра.
5. Класс  $M_2$ .
6. Построение стохастического интеграла.
7. Семимартингалы с независимыми приращениями.
8. Триплет характеристик семимартингала.
9. Гауссовский мартингал.
10. Интегрируемость характеристик семимартингала.
11. Каноническое представление многомерных семимартингалов.
12. Процессы с условно независимыми приращениями.
13. Контигуальность и полная асимптотическая делимость.
14. Интеграл Хелингера.
15. Обобщенный диффузионный процесс.
16. Семимартингалы и квазимартингалы.
17. Процесс плотности.
18. Стохастический интеграл по локальному мартингалу и семимартингалу.
19. Характеристические функции.
20. Прием Крамера-Уолда.
21. Слабая сходимость и отображения.
22. Предельный переход под знаком интеграла.
23. Диффузионная аппроксимация.
24. Применение диффузионной аппроксимации.
25. Диффузионная аппроксимация в векторном случае.
26. Слабая сходимость к распределению точечного процесса с непрерывным компенсатором.
27. Слабая сходимость инвариантных мер.

\* \* \*

### **Вопросы к зачету по дисциплине «Введение в биостатистику»**

28. Методы статистической обработки экспериментальных данных.
29. Проблемы при статистической обработке данных медико-биологических экспериментов с малой выборкой.
30. Функция распределения и функция дожития, условная функция дожития.
31. Функция смертности, связь с функцией дожития.
32. Функция смертности и функция дожития Гомпертца.
33. Среднее, условное среднее выборки.
34. Смещенная и несмещенная дисперсия.
35. Доверительные интервалы.
36. Метод наименьших квадратов.
37. Аппроксимация функций распределения методом наименьших квадратов.
38. Метрика Леви-Прохорова.
39. Аппроксимация функций распределения на основе метрики Леви-Прохорова.
40. Имитационные компьютерные модели популяционной динамики.
41. Возрастные модели.
42. Модель «Хищник-Жертва».