



Ссылка на статью:

// Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. УлГУ. Электрон. журн. 2018, № 1, с. 13-15.

Поступила: 02.05.2018

Окончательный вариант: 20.05.2018

© УлГУ

УДК 519.21

Математическое моделирование системы анализа окон уязвимости

Бутов А.А., Гуськов Е.Ю.*

[*soundwave73@inbox.ru](mailto:soundwave73@inbox.ru)

¹УлГУ, Ульяновск, Россия

Статья посвящена анализу СМО с использованием процесса телеграфного типа для определения и анализа окон уязвимости.

Ключевые слова: пуассоновский процесс, процесс телеграфного типа, уязвимость СМО.

Введение

Использование моделирования связано с необходимостью на практике решать различные вероятностные задачи, связанные с системами массового обслуживания (СМО).[1] Примерами таких систем являются: телефонные станции, принимающие и обрабатывающие сигналы, кассы, стоянки и т.п.

1. Пуассоновский процесс

Самым известным примером процесса с несколькими скачками является пуассоновский процесс. Пуассоновским (с некоторой интенсивностью $\lambda > 0$) на стохастическом базисе $B = (\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{F} = (F_t)_{t \geq 0}, P)$ называется точечный процесс $\pi = (\pi_t)_{t \geq 0}$ с нулевым начальным значением $\pi_0 = 0$, допускающий разложение Дуба-Мейера[1]

$$\pi_t = \lambda \cdot t + \mu_t, \quad (1)$$

где $\mu = (\mu_t)_{t \geq 0}$ – локально квадратично-интегрируемый мартингал на базисе B с квадратичной характеристикой $\langle \mu \rangle = (\langle \mu \rangle_t)_{t \geq 0}$ равной

$$\langle \mu \rangle_t = \lambda \cdot t. \quad (2)$$

2. Модели СМО

Исследование СМО интересует все большее количество людей с каждым годом. Системы массового обслуживания разделяют, например, по наличию очередей:

1. СМО без наличия очереди;
2. СМО с наличием очереди.

Система массового обслуживания, применяемая в данной задаче, является самым распространенным представлением СМО:

$$Q_t = Q_0 + A_t - D_t \quad (3)$$

Схема данной системы представлена на рис. 1.

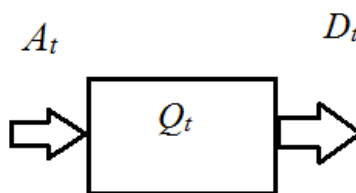


Рис.1. Схема модели СМО

3. Процесс телеграфного типа и уязвимость СМО

В данном разделе рассматривается процесс телеграфного типа

$$\delta_t = \delta - \int_0^t \delta_{s-} d\pi_t^\lambda + \int_0^t \delta d\pi_t^\mu \quad (3.1)$$

Этот процесс представляет собой два пуассоновских процесса с интенсивностями λ и μ соответственно. Эти два процесса связаны между собой и прямо пропорциональны, т.е. при увеличении параметра μ процесс δ_t будет возрастать, а при увеличении параметра λ - убывать.

В результате моделирования данного процесса получается, что процесс может принимать два значения: $\delta_t = \begin{cases} \delta \\ 0 \end{cases}$.

Результат имитационного компьютерного моделирования (в соответствии с инфитиземальным представлением процесса по теореме Делашери) представлен на рис. 2.

В этой модели окнами уязвимости являются интервалы, на которых $G_t > 0$, т.е. здесь – 4 интервала, представленные на оси времени.

Заключение

Настоящий материал представляет систему анализа окон уязвимости с использованием процесса телеграфного типа для определения окон уязвимости системы.

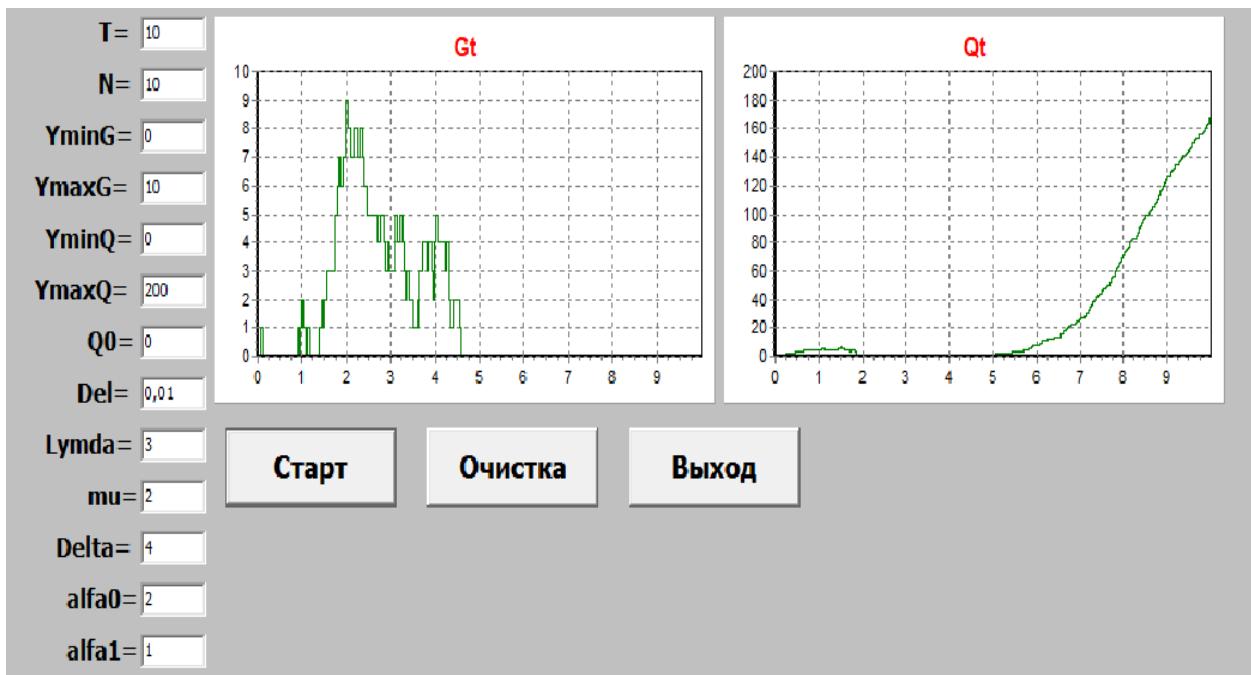


Рис. 2. Пример реализации программы, где процесс $Gt = \delta_t$

Список литературы

1. Бутов А.А. Теория случайных процессов и ее дополнительные главы: учебное пособие. Ч.1: Введение в стохастическое исчисление. Ульяновск: УлГУ, 2016.
2. Бутов А.А., Волков М.А., Санников И.А. Технология имитационного стохастического моделирования: учебно-методическое пособие. Ульяновск: УлГУ, 2006.
3. Тихонов В.И., Миронов М.А. *Марковские процессы*. М. Советское радио, 1977.