



Ссылка на статью:

// Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. УлГУ. Электрон. журн. 2018, № 2, с. 75-85.

Поступила: 14.11.2018

Окончательный вариант: 06.12.2018

© УлГУ

УДК 517.929.4:517.977

## Построение нейроконтроллера для решения задачи стабилизации по выходу линейной непрерывной системы

Токмаков С.В.<sup>1,\*</sup>

[\\*tokmakov007@gmail.com](mailto:tokmakov007@gmail.com)

<sup>1</sup>УлГУ, Ульяновск, Россия

---

В настоящей работе изучены возможности искусственных нейронных сетей в решении задачи стабилизации положения равновесия линейной системы дифференциальных уравнений второго порядка (в частности, модели механической системы) управлением, зависящим от запаздывающих значений выходного вектора системы. В качестве выходного вектора при этом используется половина координат состояния системы (исключая первые производные). На примере модели перевернутого маятника на подвижном основании проведено сравнение построенного регулятора с другими типами управлений.

*Ключевые слова:* искусственная нейронная сеть, управление по выходу, линейная дифференциальная система второго порядка

---

### Введение

Основным направлением теории управления является анализ и синтез системы управления. Классическая детерминированная теория автоматического регулирования [1] требует большой объем знаний об объекте управления, его процессах. Эти процессы должны быть строго определенными и полностью известными. В 80-х годах прошлого века в развитии теории автоматического управления начался новый этап, связанный с адаптивной постановкой основной задачи управления. Ее особенность состоит в отсутствии изначальных знаний о математической модели объекта управления, т.е. на начальном этапе нам доступны только его входы и выходы. Цель системы управления состоит в том, чтобы уже в процессе функционирования определить закон регулирования, обеспечивающий оптимальное поведение объекта.

Задача стабилизации по состоянию изучена гораздо больше и обладает более широкими возможностями с точки зрения построения управления, нежели аналогичная задача

управления по выходу. Однако с точки зрения практической реализации построенного регулятора более актуальной является именно задача управления объектом на основании частичной информации о его состоянии: значений «выходного» вектора, который представляет собой часть координат, либо, в более общем случае, некоторую функцию от этих координат. Важным практическим случаем стабилизируемых систем являются механические системы, для которых возникают сложности, в частности, с оцениванием текущих скоростей. Задача стабилизации механической системы без измерения скоростей активно изучается с применением различных подходов; обзор некоторых известных результатов представлен в работе [2].

Принципиально важной особенностью этой задачи является, вообще говоря, невозможность построить линейный стабилизирующий закон управления, зависящий лишь от текущих значений координат и не зависящий от скоростей. Один из методов построения управления в этом случае – использование запаздывающей обратной связи. Для синтеза такого управления и особенно для обоснования его стабилизирующих свойств и показателей качества традиционным подходом является использование прямого метода Ляпунова. Например, для линейной системы построение подходящего квадратичного функционала позволяет свести задачу нахождения параметров линейного стабилизирующего управления к решению системы линейных матричных неравенств [3].

В данной работе предлагается для решения задачи стабилизации линейной механической системой предлагается использовать нейроконтроллер, на входе которого были бы выходные данные объекта управления, а на выходе значения управляющего воздействия. Обучающую выборку будем генерировать при решении дифференциальных уравнений с заранее известным стабилизирующим управлением по состоянию. Вычисления производятся с использованием специальных инструментов системы MATLAB.

В качестве приложения рассматривается известная модель маятника на подвижном основании, для которой стабилизирующая обратная запаздывающая связь была построена в [3,4] на основе техники линейных матричных неравенств. Проведено сравнение характеристик переходного процесса в системе с использованием различных типов управлений.

Основная идея рассматриваемого метода заключается в построении имитационной модели динамической системы для построения обучающей выборки нейронной сети. Общая схема обучения представлена на рис. 1.

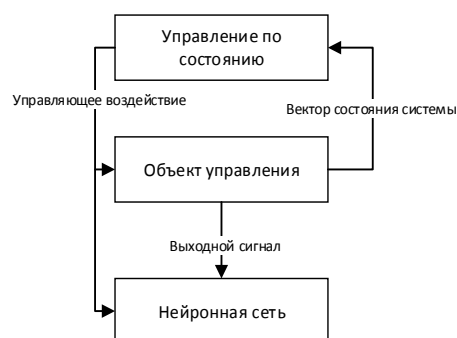


Рис. 1. Схема обучения нейронной сети

После обучения нейронную сеть уже можно использовать для построения управления рассматриваемой системой.

## Построение стабилизирующего нейроконтроллера для перевернутого маятника

Найдем стабилизирующее управление для перевернутого маятника, установленного на подвижную платформу.

Линеаризованная система уравнений движения маятника в стандартных обозначениях с учетом управляющей горизонтальной силы  $U = F$  может быть записана в виде:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{mg}{M} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(m+M)g}{Ml} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M} \\ -\frac{1}{Ml} \end{pmatrix} U \quad (1)$$

Для получения обучающей выборки сначала построим управление по состоянию для системы (1). Для численного расчета будем использовать значения параметров из примера в [3]:  $M = 3.9249$ ,  $m = 0.2047$ ,  $l = 0.2302$ ,  $g = 9.81$ ,  $a = 25.83$ . Полагая  $U = K[x \ \theta \ \dot{x} \ \dot{\theta}]'$ , нахождение параметров стабилизирующего управления можно свести к решению системы линейных матричных неравенств. Используя стандартные алгоритмы системы MATLAB, найдем  $K = [5.825 \ 24.941 \ 5.883 \ 5.140]$ .

Для построения нейросетевого управления используем пакет Neural Network toolbox системы MATLAB. В нейроконтроллере будем использовать нейронную сеть прямого распространения [4] с двумя слоями (рис. 2). В качестве входа в нейронную сеть возьмем вектор  $[x(t - \tau_1), \theta(t - \tau_1), x(t - \tau_2), \theta(t - \tau_2)]$ , в качестве выхода – управляющее воздействие  $U$ .

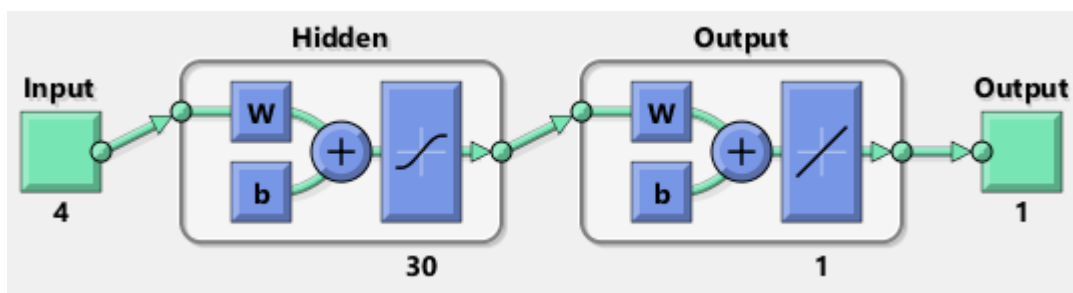
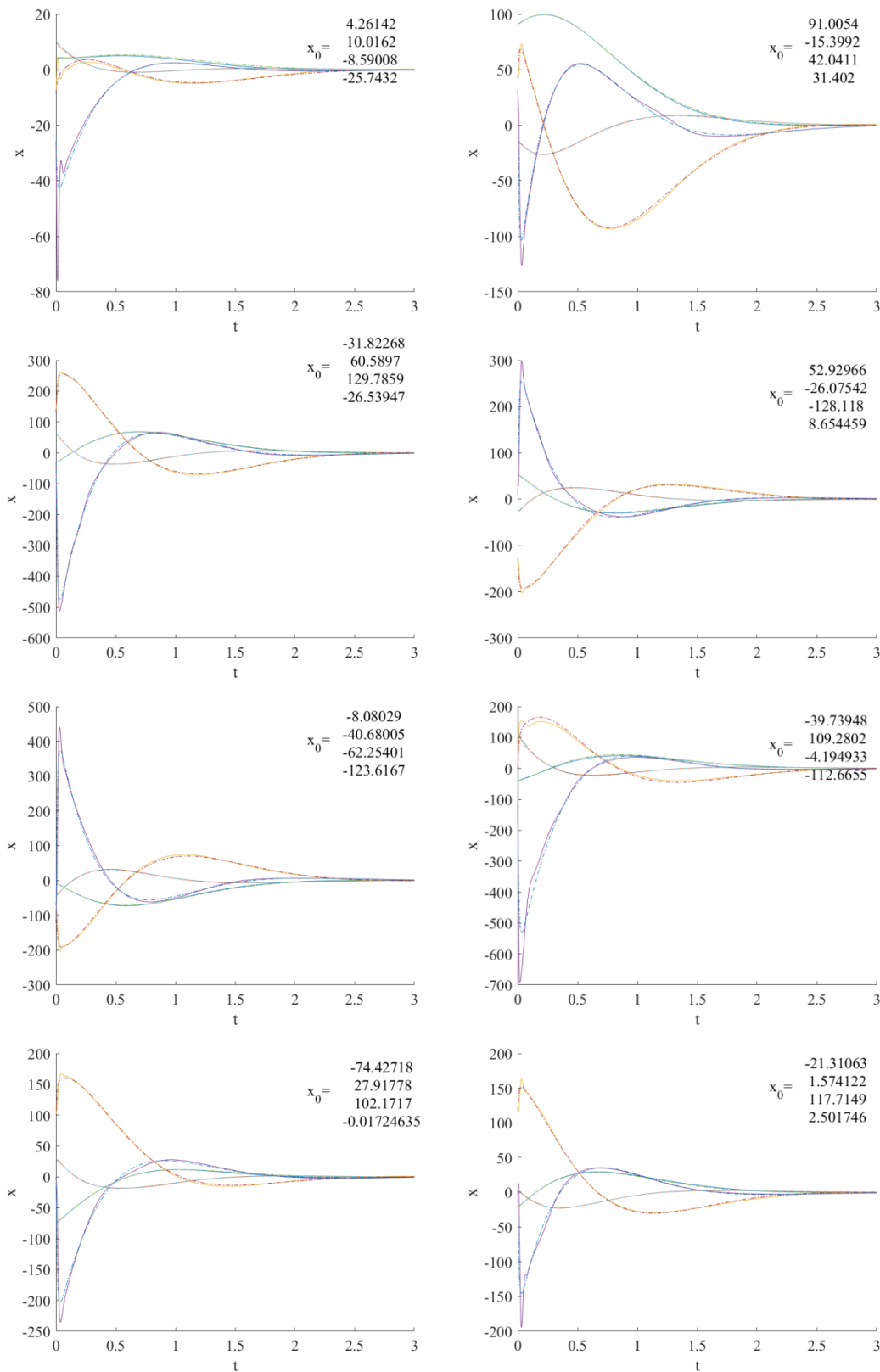


Рис. 2. Схема нейронной сети для формирования регулятора

Обучающую выборку генерируем решением уравнения (1) с классическим управлением, сохраняя при каждой итерации вектор  $[x(t - \tau_1), \theta(t - \tau_1), x(t - \tau_2), \theta(t - \tau_2)]$  (вход) и  $U = K[x \ \theta \ \dot{x} \ \dot{\theta}]'$  (выход).

Зададим следующие значения запаздываний, удовлетворяющие условиям теоремы о стабилизации из [3]:  $\tau_1 = 0.0073$  и  $\tau_2 = 0.01$ . Построенное управление применим к системе (1) и построим численные решения замкнутой системы с различными начальными

условиями, генерируемыми датчиком псевдослучайных чисел, с целью сравнения качества нейроконтроллера с управлением по состоянию.

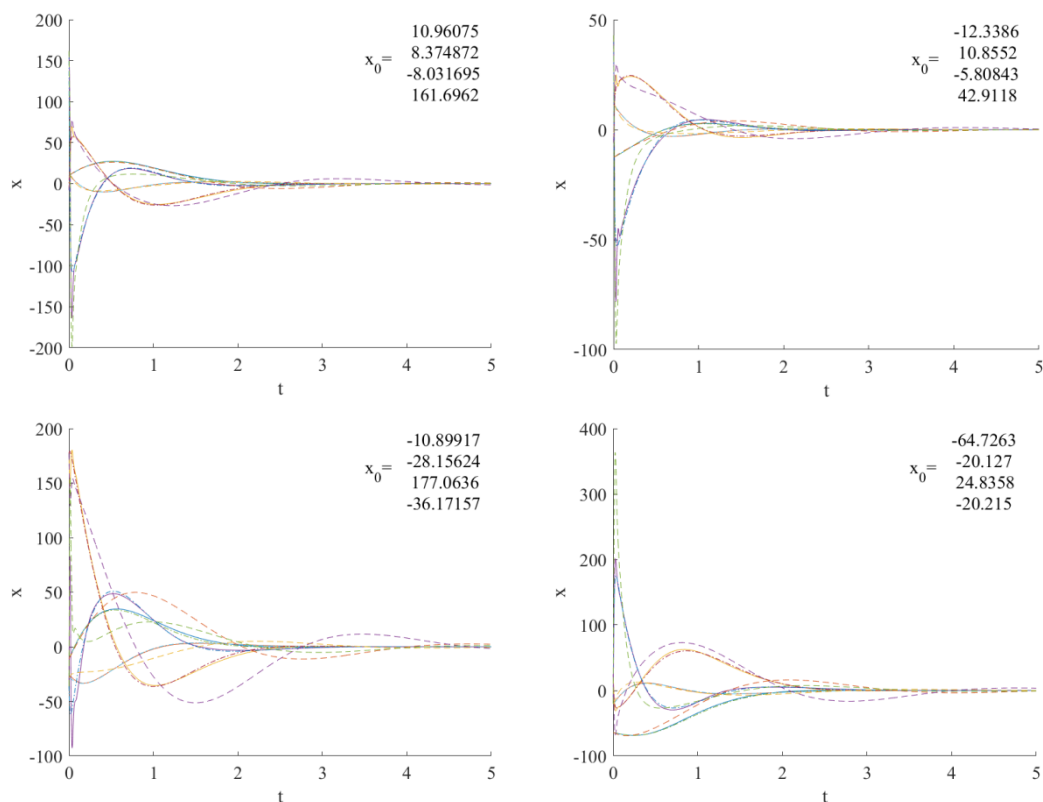


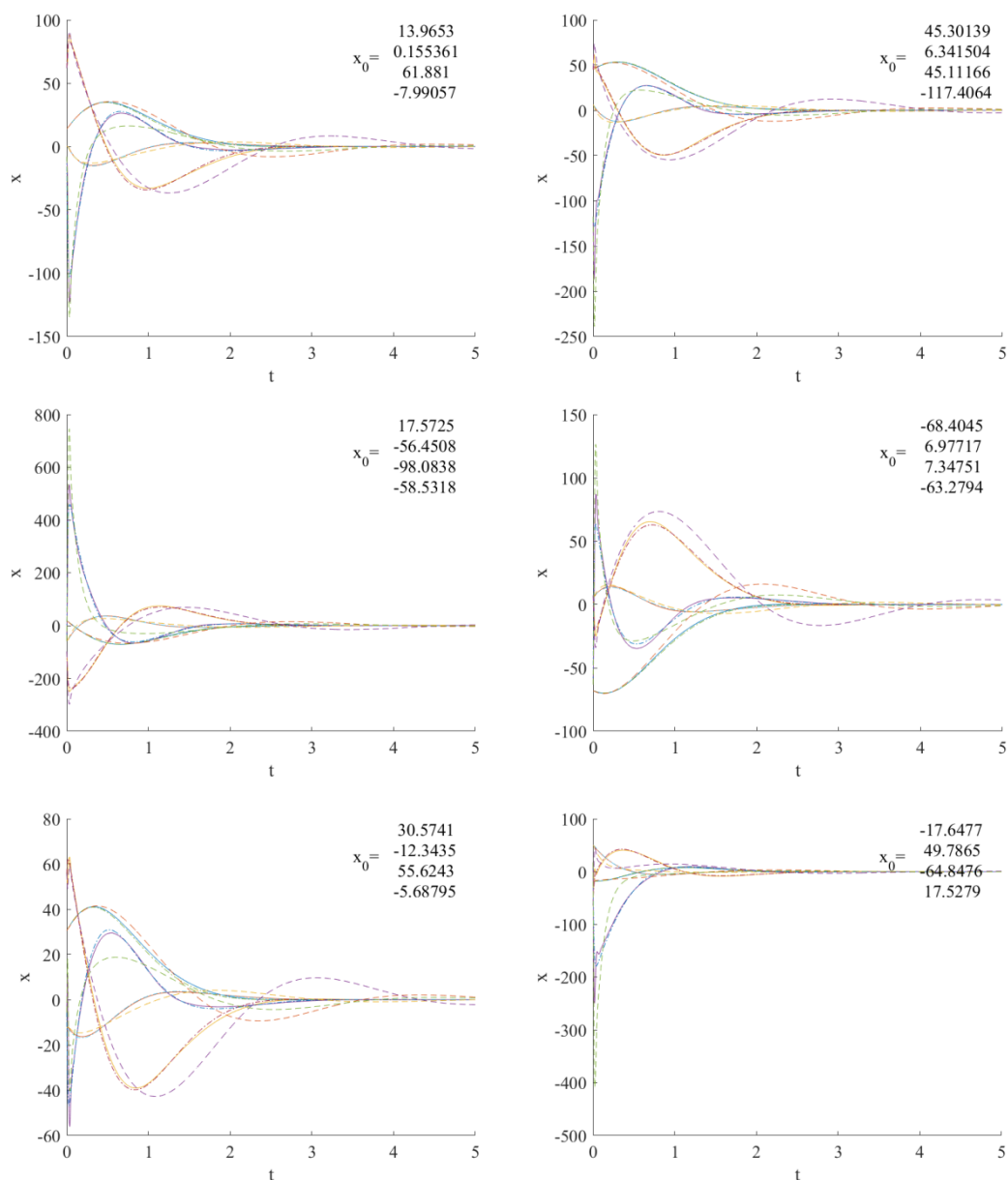
**Рис.3.** Графики траекторий переходных процессов в системе (1) с двумя различными управлениями (по состоянию и нейрорегулятор). Справа указаны координаты начальной точки решений.

На рис. 3 представлены графики типичных траекторий; пунктирные линии соответствуют решениям с классическим управлением, сплошным – решениям с управлением с нейронной сетью.

Таким образом, характеристики переходного процесса с применением нейроконтроллера, использующего запаздывающие значения координат маятника, оказываются такими же, как при использовании классического линейного регулятора по состоянию, на основе которого формировалась обучающая выборка. Тот же результат получается и при других параметрах «базового» стабилизирующего управления. На основании этого результата можно сделать предположение, что выбирая исходный регулятор по состоянию с требуемыми характеристиками (скорость затухания, максимальная амплитуда, осцилляции и др.), можно ожидать аналогичных характеристик соответствующего нейроконтроллера.

Сравним теперь переходные процессы в системе с управлением, построенным с применением нейронной сети, и с управлением, построенным по методу из [3], с одинаковыми значениями запаздываний. На рис. 4 пунктирные линии соответствуют траекториям системы (1) с управлением из [3], сплошные – решениям с управлением с нейронной сетью.





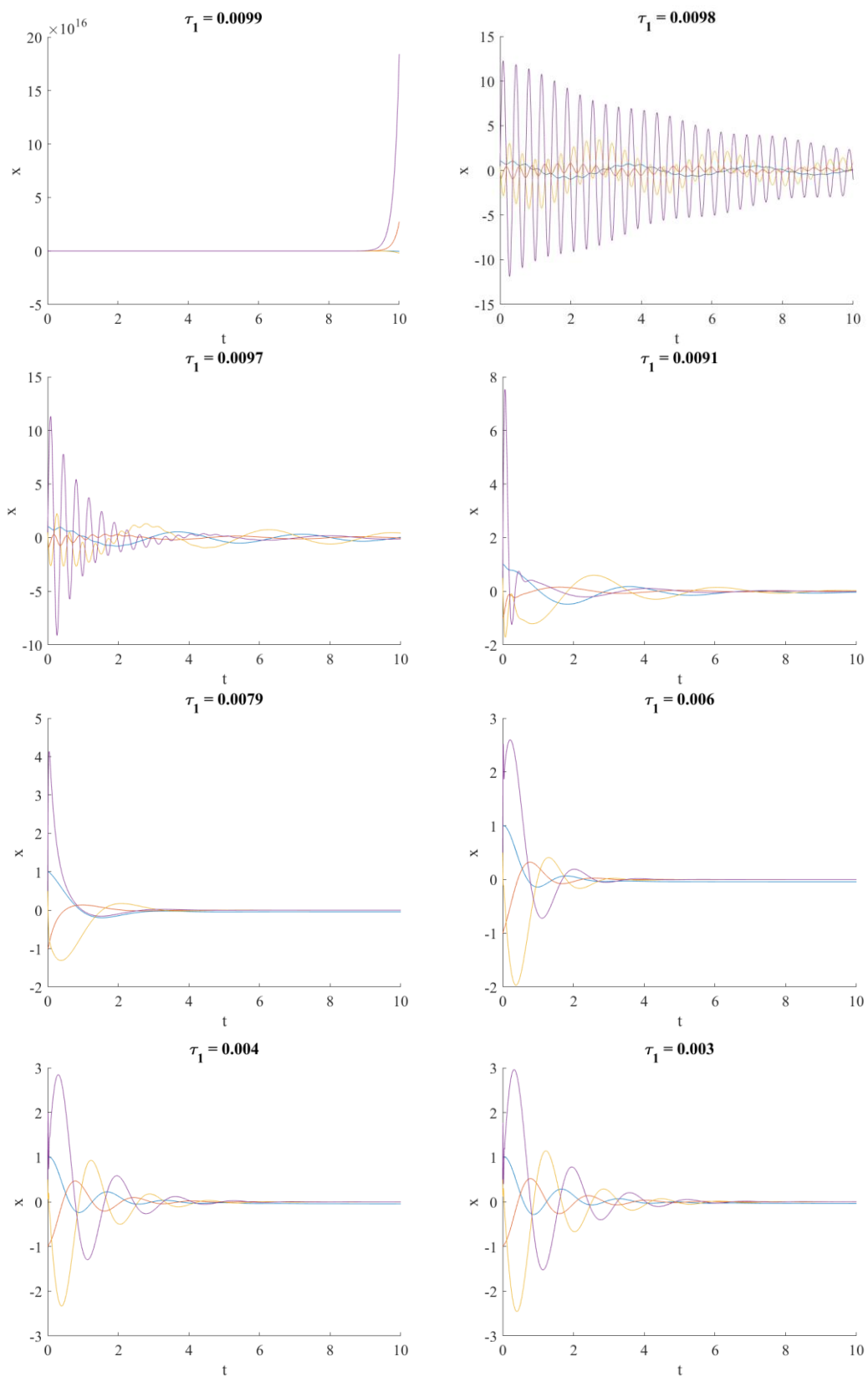
**Рис. 4.** Графики траекторий переходных процессов в системе (1) с двумя различными управлениями по выходу с запаздыванием. Справа указаны координаты начальной точки решений.

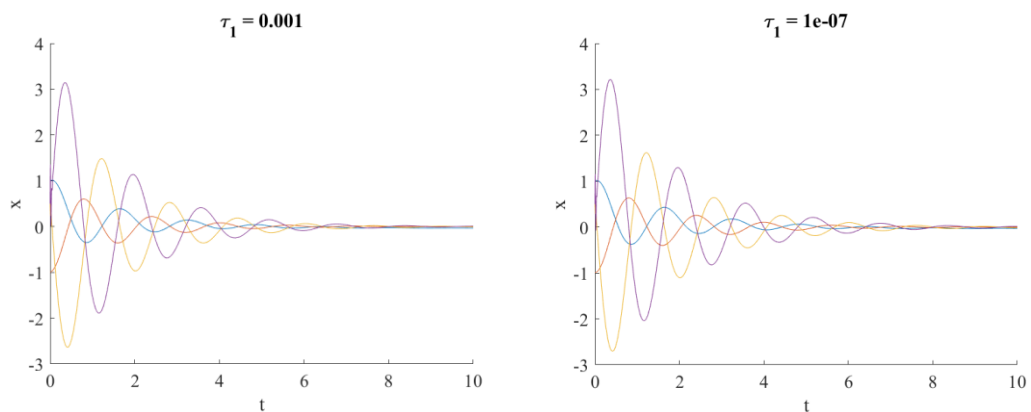
Результаты вычислительного эксперимента позволяют сделать вывод, что характер переходных процессов при данных управлениях примерно одинаков, однако нейроконтроллер в среднем выигрывает с точки зрения амплитуды колебаний и скорости затухания.

Что касается зависимости стабилизирующих свойств управления от величин запаздывания, то здесь наблюдается качественно та же картина, что и для управления, рассмотренного в [4]: при малых значениях запаздываний система неустойчива (это согласуется с теоретически обоснованной невозможностью стабилизации системы линейной мгновенной обратной связью по выходу); при увеличении значения любого из запаздываний качество переходного процесса сначала улучшается, а затем ухудшается, и при превышении

некоторой критической величины стабилизирующее управление заданной структуры построить не удастся.

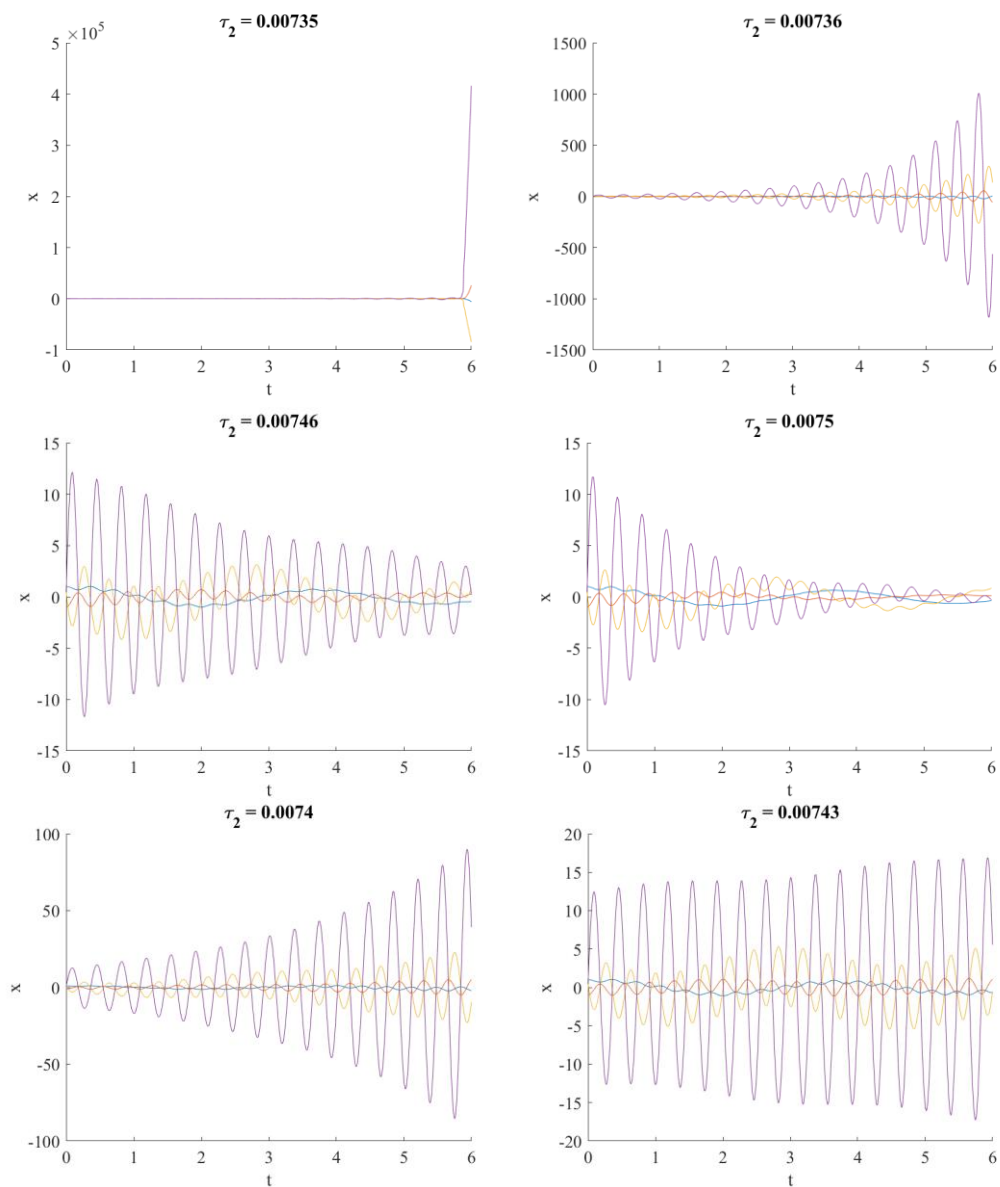
Для иллюстрации зафиксируем сначала значение  $\tau_2 = 0.01$  и построим решения с нейросетевым управлением для разных значений  $\tau_1$  при  $x_0 = [1, -1, 0.5, 0.5]$  (см. рис. 5).



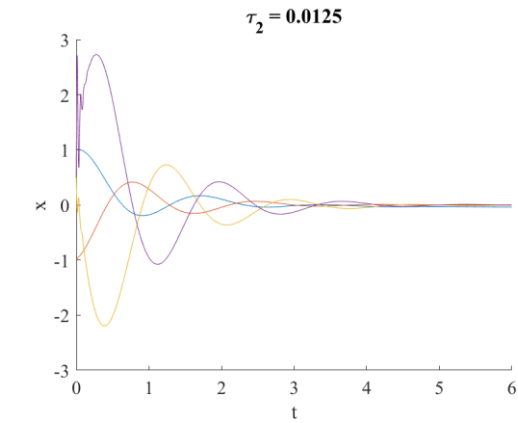
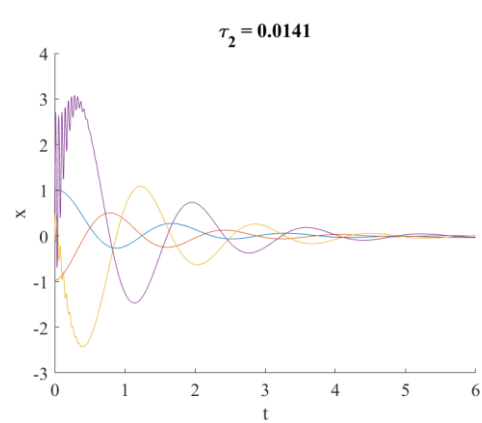
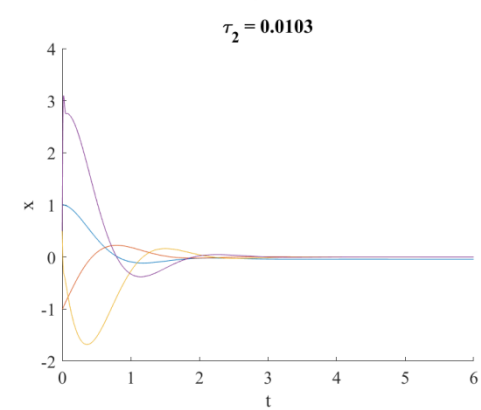
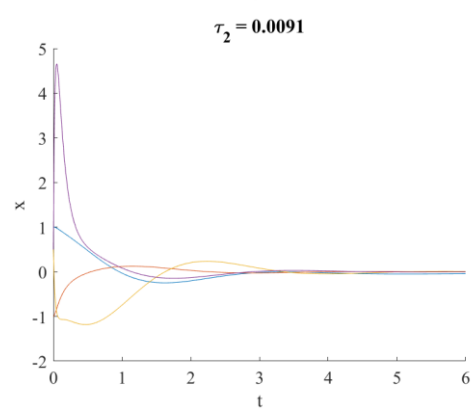
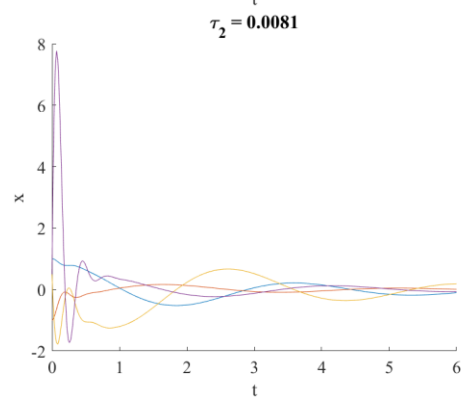
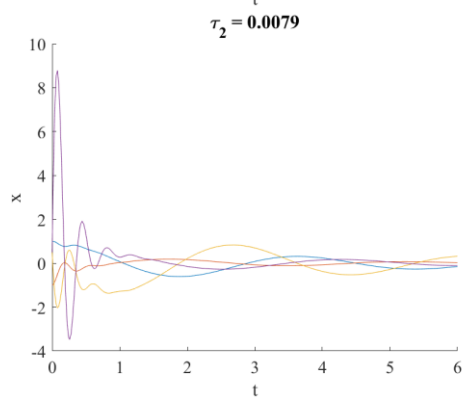
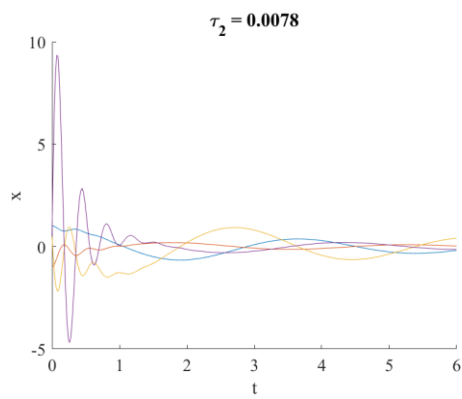
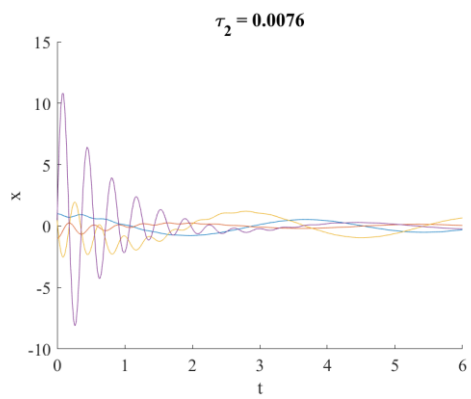


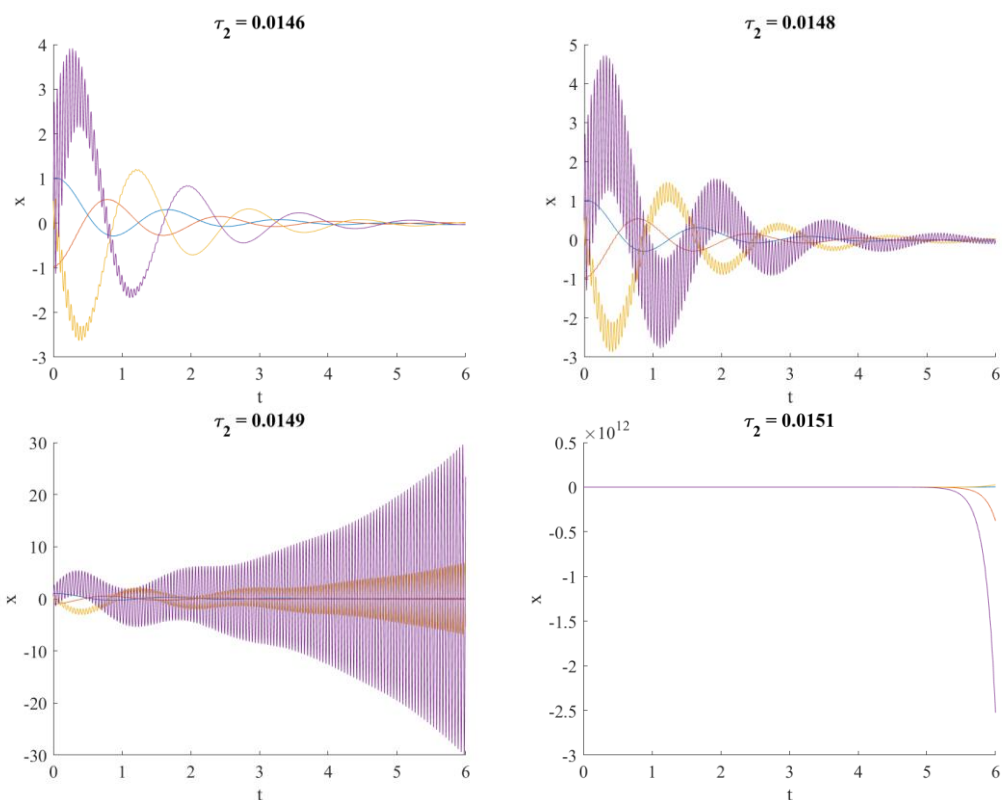
**Рис. 5.** Графики траекторий переходных процессов в системе (1) с фиксированным значением  $\tau_2 = 0.01$  и различными значениями  $\tau_1 > 0$ .

Теперь зафиксируем значение  $\tau_1 = 0.0073$  и построим решения с нейросетевым управлением для разных значений  $\tau_2$  при  $x_0 = [1, -1, 0.5, 0.5]$  (рис. 6).









**Рис. 6.** Графики траекторий переходных процессов в системе (1) с фиксированным значением  $\tau_1 = 0.0073$  и различными значениями  $\tau_2 > 0$ .

## Заключение

В работе рассматривается задача стабилизации нулевого решения системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка управлением по выходу, построенным с использованием искусственной нейронной сети. При этом структура результирующего управляющего воздействия предполагает, что оно будет определяться значениями двух предшествующих положений системы, но не зависеть от производных (используя, таким образом, «половину» вектора состояния). Для обучения нейронной сети используются результаты численного моделирования системы с управлением по состоянию, зависящим от текущих значений *всех* координат вектора состояния системы – то есть такое управление предполагается заранее известным. Рассмотренный пример – классическая модель «маятник на тележке» – демонстрирует эффективность предлагаемого подхода и высокое качество построенного регулятора в сравнении с управляющими воздействиями, построенными другими известными методами.

## Список литературы

1. Неймарк Ю. И., Коган Н. Я., Савельев В. П. *Динамические модели теории управления*. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985.
2. Андреев А.С., Перегудова О.А. Синтез управления двухзвенным манипулятором без измерения скоростей // *Автоматизация процессов управления*. 2015, № 4 (42), с.81-89.

3. Fridman E., Shaikhet L. E. Delay-induced stability of vector second-order systems via simple Lyapunov functionals // *Automatica*. 2016, v.74, p. 288–296.
4. Токмаков С.В. О решении задачи стабилизации линейной системы запаздывающей обратной связью // *Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. УлГУ. Электрон. журн.* 2018, № 1, с. 98-108.
5. Хайкин С. *Нейронные сети: полный курс*. 2-е издание, пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс». 2006.