

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Программа вступительного испытания		

УТВЕРЖДАЮ:

Председатель Приемной комиссии УлГУ



Б.М. Костишко

Б.М. Костишко 2017г.

ПРОГРАММА

вступительных испытаний по направлению
01.06.01 - Математика и механика
 для поступающих на обучение по программам подготовки
 научно-педагогических кадров в аспирантуре
 Ульяновского государственного университета

Сведения о разработчиках:

ФИО	Аббревиатура кафедры	Ученая степень, звание
Андреев Александр Сергеевич	ИБиТУ	д.ф.-м.н., профессор

Ульяновск, 2017

Программа вступительного экзамена по специальной дисциплине по направлению 01.06.01 Математика и механика составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта.

Математическая логика, алгебра и теория чисел

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Раздел 1. Общая часть.

1.1. Предмет и место математики в познании природы и общества. Этапы исторического развития математики.

Раздел 2. Математический анализ.

2.1. Предел и непрерывность функций одной и нескольких переменных. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

2.2. Производная и дифференциал функций одной и нескольких переменных. Достаточные условия дифференцируемости.

2.3. Определенный интеграл и его свойства. Основная формула интегрального исчисления.

2.4. Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимости. Признаки сходимости: Даламбера, интегральный, Лейбница.

2.5. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Непрерывность равномерно сходящегося ряда непрерывных функций.

2.6. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Радиус и интервал сходимости.

2.7. Криволинейный интеграл. Формула Грина.

2.8. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля, сходимость ряда Фурье.

Раздел 3. Алгебра и геометрия.

3.1. Прямая и плоскость, их уравнения. Взаимное расположение прямой и плоскости, основные задачи на прямую и плоскость.

3.2. Алгебраические линии и поверхности второго порядка, канонические уравнения, классификация.

3.3. Система линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы алгебраических уравнений.

3.4. Линейный оператор в конечномерном пространстве, его матрица. Норма линейного оператора.

3.5. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Ортогональные матрицы и их свойства.

3.6. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные числа и

собственные векторы.

Раздел 4. Дифференциальные уравнения.

- 4.1. Теоремы существования и единственности решения уравнения первого порядка
- 4.2. Системы линейных дифференциальных уравнений, свойства. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
- 4.3. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
- 4.4. Устойчивость по Ляпунову. Теорема об устойчивости по линейному приближению.
- 4.5. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол.
- 4.6. Методы Ньютона и секущих для решений нелинейных уравнений.
- 4.7. Численные решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Перечень вопросов

1. Вещественные функции вещественного аргумента. Два определения предела функции (по Коши, по Гейне) и их эквивалентность, единственность предела.
2. Арифметические свойства предела функций, непрерывность на отрезке: Критерий Коши существования предела функции.
3. Свойства функций, непрерывных на отрезке: о промежуточных значениях, ограниченность, вторая теорема Вейерштрасса.
4. Существование и непрерывность обратной функции. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции.
5. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
6. Вещественная функция нескольких переменных. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал и частные производные, их геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости.
7. Интегральные суммы Римана и два определения определенного интеграла (стандартное и через последовательности). Ограниченность функций, интегрируемых по Риману.
8. Суммы Дарбу и критерий Дарбу интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.
9. Интеграл как функция от его верхнего предела интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Числовые ряды. Сходимость. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости: Даламбера и интегральный.
11. Условная и абсолютная сходимость числовых рядов. Признак Лейбница.
12. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши и признак Вейерштрасса равномерной сходимости.

13. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
14. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. О равномерной сходимости, дифференцируемости и интегрируемости степенных рядов.
15. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных функций в степенные ряды.
16. Криволинейные интегралы первого и второго рода, их вычисление.
17. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.
18. Тригонометрическая ортонормированная система функций и ее замкнутость в пространстве кусочно-непрерывных функций.
19. Тригонометрические ряды Фурье. Сходимость по норме. Условия поточечной, равномерной и абсолютной сходимости тригонометрических рядов Фурье.
20. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве.
21. Уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости.
22. Расстояния от точки до прямой, от точки до плоскости. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
23. Канонические уравнения эллипса, параболы, гиперболы.
24. Приведение многочлена второго порядка от двух переменных к каноническому виду. Виды линий второго порядка.
25. Алгебраические поверхности второго порядка. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
26. Приведение многочлена второго порядка от трех переменных к каноническому виду (без доказательства). Виды поверхностей второго порядка.
27. Пространство решений однородной системы уравнений. Фундаментальная система решений.
28. Критерий совместности линейной системы (теорема Кронекера-Капелли).
29. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.
30. Линейный оператор в конечномерном пространстве, его матрица, оператора.
31. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Ортогональные матрицы и их свойства.
32. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы.
33. Теорема существования решения дифференциального уравнения первого порядка.
34. Теорема о единственности решения.
35. Система линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
36. Решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами.
37. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем.

38. Теоремы об устойчивости на основе функций Ляпунова.
39. Устойчивость по линейному приближению.
40. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол.
41. Методы Ньютона и секущих для решений нелинейных уравнений.
42. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Перечень рекомендуемой литературы

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ, т.1, т.2. - Проспект, 2006.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. - М.: Изд-во Физматлит, 2005.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. - М.: ФМЛ, 2001.
4. Тихонов А.Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. - М.: МГУ, 2004.
5. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Изд-во Физматлит, 2005.
6. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Научный мир, 2003 г.
7. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.. ФМЛ, 2003.

Механика деформируемого твердого тела

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Раздел 1. Дифференциальные уравнения

Доказательство существования решения дифференциального уравнения 1-го порядка. Единственность решения. Линейное дифференциальное уравнение n-ого порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система. Детерминант Вронского. Линейное уравнение n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.

Раздел 2. Теоретическая механика.

Теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; формулы, задающие распределение скоростей и ускорений точек абсолютно твердого тела. Углы Эйлера. Движение свободной материальной точки под действием ньютоновой силы притяжения к неподвижному центру. Первая и вторая космические скорости и их оценки (для Земли). Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет. Система материальных точек. Внутренние и внешние силы. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Формулы Кенига. Идеальные связи. Общее уравнение динамики для системы

материальных точек. Уравнения Лагранжа для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл Якоби, интеграл энергии, циклический интеграл. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнение движения. Определение реакций. Движение твердого тела с неподвижной точкой. Случай Эйлера. Регулярная прецессия. Уравнения Гамильтона. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений. Вариационный принцип Гамильтона для натуральных систем.

Раздел 3. Механика сплошной среды

Теория деформаций. Компоненты тензора конечных деформаций и их геометрический смысл. Условия совместности для компонент тензора малой деформации. Девиаторная и шаровая части тензора малой деформации. Тензор скоростей деформации. Кинематический смысл его компонент. Дивергенция скорости. Вектор вихря скорости. Их кинематический смысл. Формула Стокса. Кинематические свойства вихря. Теория напряженного состояния. Внешние и внутренние силы. Массовые и поверхностные силы. Напряженное состояние в точке тела. Тензор напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды. Связь между напряженным и деформированным состояниями. Определяющие соотношения. Закон Гука и закон Навье-Стокса. Изотропное линейно-упругое тело и изотропная линейная вязкая жидкость. Закон сохранения массы и количества движения в интегральной и дифференциальной формах. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа. Теорема живых сил для сплошной среды. Работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики - закон сохранения энергии. Уравнение энергии и уравнение притока тепла. Второй закон термодинамики. Энтропия. Постановка задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Граничные условия. Плоские задачи теории упругости. Плоская деформация. Плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Задача Ламе о толстостенной трубе под действием внутреннего и внешнего давления. Пластическая деформация тел. Поверхность нагружения. Уравнение неразрывности, уравнения Эйлера движения идеальной жидкости, уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Идеальный совершенный газ, несжимаемая жидкость. Адиабатические процессы. Начальные и граничные условия. Гидростатика. Закон Архимеда. Основные интегралы уравнений движения идеальных жидкостей и газов. Интеграл Бернулли и интеграл Коши-Лагранжа. Явление кавитации. Теорема Томсона. Динамические теоремы Гельмгольца о вихрях. Источники и стоки. Диполь. Прямолинейная вихревая нить. Движение сферы в несжимаемой идеальной жидкости. Присоединенная масса сферы. Уравнения Навье-Стокса. Число Рейнольдса. Ламинарные течения. Течения Пуазейля. Понятие о турбулентности. Звуковые волны, волновое уравнение. Число Маха. Угол Маха. Эффект Доплера. Уравнения Максвелла в вакууме и в материальной среде.

Перечень вопросов

1. Доказательство существования решения дифференциального уравнения 1-го порядка. Единственность решения.
2. Линейное дифференциальное уравнение n -ого порядка. Линейное однородное уравнение.
3. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система. Детерминант Вронского.
4. Линейное уравнение n -ого порядка с постоянными коэффициентами.
5. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.
6. Теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; формулы, задающие распределение скоростей и ускорений точек абсолютно твердого тела. Углы Эйлера.
7. Движение свободной материальной точки под действием ньютоновой силы притяжения к неподвижному центру. Первая и вторая космические скорости и их оценки (для Земли).
8. Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет.
9. Система материальных точек. Внутренние и внешние силы. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Формулы Кенига.
10. Идеальные связи. Общее уравнение динамики для системы материальных точек.
11. Уравнения Лагранжа для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл Якоби, интеграл энергии, циклический интеграл.
12. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия.
13. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнение движения. Определение реакций.
14. Движение твердого тела с неподвижной точкой. Случай Эйлера. Регулярная прецессия.
15. Уравнения Гамильтона. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений.
16. Вариационный принцип Гамильтона для натуральных систем.
17. Теория деформаций. Компоненты тензора конечных деформаций и их геометрический смысл. Условия совместности для компонент тензора малой деформации. Девiatorная и шаровая части тензора малой деформации.
18. Тензор скоростей деформации. Кинематический смысл его компонент. Дивергенция скорости. Вектор вихря скорости. Их кинематический смысл. Формула Стокса. Кинематические свойства вихря.
19. Теория напряженного состояния. Внешние и внутренние силы. Массовые и поверхностные силы. Напряженное состояние в точке тела. Тензор напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды.
20. Связь между напряженным и деформированным состояниями. Определяющие

соотношения. Закон Гука и закон Навье-Стокса. Изотропное линейно-упругое тело и изотропная линейная вязкая жидкость.

21. Закон сохранения массы и количества движения в интегральной и дифференциальной формах. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.

22. Теорема живых сил для сплошной среды. Работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики - закон сохранения энергии. Уравнение энергии и уравнение притока тепла. Второй закон термодинамики. Энтропия.

23. Постановка задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Граничные условия.

24. Плоские задачи теории упругости. Плоская деформация. Плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Задаче Ламе о толстостенной трубе под действием внутреннего и внешнего давления.

25. Пластическая деформация тел. Поверхность нагружения.

26. Уравнение неразрывности, уравнения Эйлера движения идеальной жидкости, уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Идеальный совершенный газ, несжимаемая жидкость. Адиабатические процессы. Начальные и граничные условия.

27. Гидростатика. Закон Архимеда. Основные интегралы уравнений движения идеальных жидкостей и газов. Интеграл Бернулли и интеграл Коши-Лагранжа. Явление кавитации.

28. Теорема Томсона. Динамические теоремы Гельмгольца о вихрях. Источники и стоки. Диполь. Прямолинейная вихревая нить.

29. Движение сферы в несжимаемой идеальной жидкости. Присоединенная масса сферы.

30. Уравнения Навье-Стокса. Число Рейнольдса. Ламинарные течения. Течения Пуазейля. Понятие о турбулентности.

31. Звуковые волны, волновое уравнение. Число Маха. Угол Маха. Эффект Допплера.

32. Уравнения Максвелла в вакууме и в материальной среде.

Рекомендуемая литература

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. В 3-х частях. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: [учебное пособие для физ.-мат. фак. ун-тов] / И.Г. Петровский. — М.: Физматлит, 2009. — 207 с.
3. Бухгольц И.И. Основы курса теоретической механики. Т. 1,2. — М.: Наука, 1972.
4. Четаев И.Г. Лекции по теоретической механике / Под ред. ВВ. Румянцева, К.Е. Якимовой. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1987. — 368 с.
5. Маркеев А.П. Теоретическая механика. — Ижевск: ЧеРО, 1999.
6. Ильющин А. А. Механика сплошной среды. — М.: МГУ, 1990.
7. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1,2. — М.: Наука, 1984.

8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М: Наука, 1987.
9. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. — М: МГУ, 1979.
10. Бибиков Ю.Н. Дифференциальные уравнения. — М.: Высшая школа, 1990.
11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1974.
12. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики. — М.: МГУ, 1999.
13. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. — М.: КомКнига, 2006.
14. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. — М.: Наука, 1987.
15. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т. 1,2. — М. Физматлит, 1963. — 583 с.
16. Моисеев Н.Д. Очерки развития механики. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1961. — 478 с.
17. Черный Г.Г. Газовая динамика. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1988. — 424 с.

Теоретическая механика

Раздел 1. Дифференциальные уравнения.

Доказательство существования решения дифференциального уравнения 1-го порядка.
Единственность решения.

1.2. Линейное дифференциальное уравнение n-ого порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система. Детерминант Вронского.

1.3. Линейное уравнение n-ого порядка с постоянными коэффициентами.

1.4. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка.

1.5. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.

Раздел 2. Теоретическая механика.

2.1. Теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; формулы, задающие распределение скоростей и ускорений точек абсолютно твердого тела. Углы Эйлера.

2.2. Движение свободной материальной точки под действием ньютоновой силы притяжения к неподвижному центру. Первая и вторая космические скорости и их оценки (для Земли). Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет.

2.3. Система материальных точек. Внутренние и внешние силы. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Формулы Кенига. Идеальные связи. Общее уравнение динамики для системы материальных точек. Уравнения Лагранжа для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл Якоби, интеграл энергии, циклический интеграл. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия.

2.4. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнение движения. Определение реакций. Движение твердого тела с неподвижной точкой. Случай

Эйлера. Регулярная прецессия.

2.5. Уравнения Гамильтона. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений. Вариационный принцип Гамильтона для натуральных систем.

Раздел 3. Устойчивость движения.

3.1. Общая постановка задачи об устойчивости. Основные определения устойчивости. Метод функций Ляпунова в исследовании задачи об устойчивости.

3.2. Теоремы Ляпунова, Четаева.

3.3. Теоремы Барбашина-Красовского и Красовского об асимптотической устойчивости и неустойчивости.

3.4. Влияние структуры сил на устойчивость положения равновесия голономной механической системы. Устойчивость под действием потенциальных и гироскопических сил. Влияние диссипативных сил на устойчивость механической системы. Влияние неконсервативных сил на устойчивость механической системы.

3.5. Стационарные движения голономной механической системы. Исследование устойчивости стационарного движения методом связок интегралов Четаева и на основе функции Рауса.

Перечень вопросов

1. Доказательство существования решения дифференциального уравнения 1-го порядка. Единственность решения.
2. Линейное дифференциальное уравнение n -ого порядка. Линейное однородное уравнение.
3. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система. Детерминант Вронского.
4. Линейное уравнение n -ого порядка с постоянными коэффициентами.
5. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.
6. Теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; формулы, задающие распределение скоростей и ускорений точек абсолютно твердого тела. Углы Эйлера.
7. Движение свободной материальной точки под действием ньютоновой силы притяжения к неподвижному центру. Первая и вторая космические скорости и их оценки (для Земли).
8. Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет.
9. Система материальных точек. Внутренние и внешние силы. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Формулы Кенига.
10. Идеальные связи. Общее уравнение динамики для системы материальных точек.

11. Уравнения Лагранжа для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл Якоби, интеграл энергии, циклический интеграл.
12. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия.
13. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнение движения. Определение реакций.
14. Движение твердого тела с неподвижной точкой. Случай Эйлера. Регулярная прецессия.
15. Уравнения Гамильтона. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений.
16. Вариационный принцип Гамильтона для натуральных систем.
17. Общая постановка задачи об устойчивости. Основные определения устойчивости.
18. Метод функций Ляпунова в исследовании задачи об устойчивости. Теоремы Ляпунова, Четаева.
19. Теоремы Барбашина-Красовского и Красовского об асимптотической устойчивости и неустойчивости
20. Влияние структуры сил на устойчивость положения равновесия голономной механической системы. Устойчивость под действием потенциальных и гироскопических сил.
21. Влияние диссипативных сил на устойчивость механической системы.
22. Влияние неконсервативных сил на устойчивость механической системы.
23. Стационарные движения голономной механической системы.
24. Исследование устойчивости стационарного движения методом связей интегралов Четаева и на основе функций Рауса.

Рекомендуемая литература

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. В 3-х частях. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: [учебное пособие для физ.-мат. фак. ун-тов] / И.Г. Петровский. — М.: Физматлит, 2009. — 207 с.
3. Бухгольц ИИ. Основной курс теоретической механики. Т. 1,2. — М.: Наука, 1972.
4. Четаев И.Г. Лекции по теоретической механике / Под ред. В.В. Румянцева, К.Е. Якимовой. — М. Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1987. — 368 с.
4. Маркеев А.П. Теоретическая механика. — Ижевск: ЧеРО, 1999.
5. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966.
6. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости. М: Наука, 1987.
7. Руш И., Абетс П., Лалуа М. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости. М.Мир, 1980. 1.

- 4 Четаев Н.Г. Устойчивость движения. М: Наука, 1990.
5. Бибиков Ю.Н. Дифференциальные уравнения. — М.: Высшая школа, 1990.
6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1974.
7. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики. — М. МГУ, 1999.
8. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. — М.: КомКнига, 2006.
9. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. — М.: Наука, 1987.
10. Моисеев Н.Д. Очерки развития механики. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1961. — 478 с.

Дискретная математика и математическая кибернетика

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ:

Раздел 1. Математический анализ

- 1.1. Множества и операции над ними. Понятие отображения (функции). График функции. Обратная функция. Суперпозиции функций.
- 1.2. Действительные числа и их основные свойства. Ограниченные множества действительных чисел и их верхние и нижние грани.
- 1.3. Числовые последовательности и их пределы. Верхний и нижний пределы последовательности. Числовые ряды и признаки их сходимости.
- 1.4. Функции одного переменного. Предел функции. Непрерывные функции. Равномерная непрерывность. Теорема Вейерштрасса о достижении верхней и нижней границей непрерывной функции на отрезке.
- 1.5. Производная функции одного переменного, ее геометрический и физический смыслы. Дифференциал. Формулы дифференцирования. Производная обратной и сложной функции. Производные элементарных функций.
- 1.6. Локальные экстремумы функции. Исследование функций и построение их графиков (интервалы монотонности, выпуклости, точки экстремума, перегиба, асимптоты).
- 1.7. Интегрирование функции одного переменного. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов.
- 1.8. Определенный интеграл, его свойства и геометрический смысл. Теорема о среднем. Производная интеграла по верхнему пределу и формула.
- 1.9. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Ряды Тейлора. Ряды Фурье.

Раздел 2. Линейная алгебра

- 2.1. Определение векторного пространства. Свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Понятие ранга системы векторов.
- 2.2. Матрицы и операции с ними. Сложение и умножение матриц, умножение на

скаляр. Транспонирование матриц. Обратные матрицы. Определители матриц и их свойства.

- 2.3. Системы линейных алгебраических уравнений. Матрица системы, теорема о ранге матрицы.
- 2.4. Линейные преобразования векторных пространств. Собственные векторы и собственные числа. Характеристический многочлен матрицы.
- 2.5. Ортогональные преобразования, ортогональные матрицы и их свойства.
- 2.6. Прямая и плоскость, их взаимное расположение, способы определения.
- 2.7. Кривые второго порядка, поверхности второго порядка.

Раздел 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения

- 3.1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения.
- 3.2. Система линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности решения. Вид общего решения.
- 3.3. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка. Линейное однородное уравнение. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Линейное неоднородное уравнение.
- 3.4. Разностные уравнения. Методы приближенного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.
- 3.5. Понятие устойчивости и асимптотической устойчивости. Функция Ляпунова и её свойства. Теорема Ляпунова об устойчивости.

Раздел 4. Теория вероятностей и элементы математической статистики

- 4.1. Вероятностное пространство, аксиомы Колмогорова. Свойства сигма - алгебр, свойства вероятности.
- 4.2. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
- 4.3. Случайные величины. Понятие измеримости. Распределение случайной величины. Свойства функции распределения.
- 4.4. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, моменты.
- 4.5. Закон больших чисел, центральная предельная теорема.
- 4.6. Точечное оценивание параметров. Свойства оценок. Неравенство информации. Основные методы оценивания, метод максимального правдоподобия, метод моментов. Интервальное оценивание параметров.
- 4.7. Понятие стохастического базиса. Понятие случайного процесса.
- 4.8. Понятие винеровского процесса, диффузионного процесса, процесса Ито.
- 4.9. Понятие точечного процесса, процесса Пуассона, случайного блуждания.

Раздел 5. Элементы дискретной математики

- 5.1. Функции алгебры логики. Реализация функций алгебры логики формулами. Канонические формы представления функций алгебры логики.
- 5.2. Полнота и замкнутость систем функций алгебры логики. Критерий функциональной полноты.
- 5.3. Вычислимые функции. Машина Тьюринга.
- 5.4. Графы, способы задания графов.

Раздел 6. Элементы информатики

- 6.1. Типы данных и их классификация (на примере языка программирования высокого уровня).
- 6.2. Алгоритмы вычисления логических формул.
- 6.3. Основные понятия процедурного программирования.
- 6.4. Алгоритмы поиска и сортировки.
- 6.5. Реализация операторов и типов данных средствами низкого уровня.
- 6.6. Назначения, структура и основные функции операционных систем.
- 6.7. Понятие базы данных.
- 6.8. Понятие экспертной системы.

Перечень вопросов для проведения вступительного экзамена:

1. Действительные числа и их основные свойства (понятия натуральных, целых, рациональных и иррациональных, алгебраических и трансцендентных чисел). Ограниченные множества действительных чисел и их верхние и нижние грани.
2. Числовые последовательности и их пределы. Верхний и нижний пределы последовательности. Основные свойства пределов последовательностей.
3. Числовые ряды, сходимость и абсолютная сходимость, признаки сходимости (Даламбера и интегральный).
4. Функции одного переменного. Предел функции. Свойства пределов функций. Понятие непрерывности, непрерывные функции. Равномерная непрерывность. Свойства непрерывных на компакте функций.
5. Производная функции одного переменного, ее геометрический и физический смыслы. Дифференциал. Формулы дифференцирования. Производная обратной и сложной функции. Производные элементарных функций
6. Суммы Дарбу и критерий Дарбу интегрируемости функции.
7. Интеграл как функция его верхнего предела интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных функций в степенные ряды.
9. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве.
10. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости.

11. Канонические уравнения эллипса, параболы, гиперболы.
12. Матрицы и операции с ними. Сложение и умножение матриц, умножение на скаляр. Транспонирование матриц. Обратные матрицы. Определители матриц и их свойства.
13. Системы линейных алгебраических уравнений. Матрица системы, теорема о ранге матрицы.
14. Ортогональные преобразования, ортогональные матрицы и их свойства.
15. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения.
16. Система линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности решения. Вид общего решения.
17. Понятие устойчивости и асимптотической устойчивости. Функция Ляпунова и её свойства. Теорема Ляпунова об устойчивости.
18. Вероятностное пространство, аксиомы Колмогорова. Свойства сигма - алгебр, свойства вероятности.
19. Случайные величины. Понятие измеримости. Распределение случайной величины. Свойства функции распределения.
20. Закон больших чисел.
21. Центральная предельная теорема.
22. Понятие стохастического базиса. Понятие случайного процесса.
23. Понятие винеровского процесса, диффузионного процесса, процесса Ито.
24. Понятие точечного процесса, процесса Пуассона, случайного блуждания.
25. Функции алгебры логики. Реализация функций алгебры логики формулами. Канонические формы представления функций алгебры логики.
26. Полнота и замкнутость систем функций алгебры логики. Критерий функциональной полноты.
27. Вычислимые функции. Машина Тьюринга.
28. Графы, способы задания графов.
29. Типы данных и их классификация (на примере языка программирования высокого уровня).
30. Назначения, структура и основные функции операционных систем.

Перечень рекомендуемой литературы:

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1,2. М., Наука, 1981.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. Т. 1,2. М., Изд.-во МГУ, 1958-1987.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру (в 3-х ч.), М.: Физматлит, 2004.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. - М.: Физматлит, 2005.

5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. - М.: Физматлит, 2001.
6. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - М. : Физматлит, 2009.
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Физматлит, 1974.
8. Ширяев, А. Н. Вероятность, Наука. М.: 1989.
9. Карлин С. Основы теории случайных процессов. - М.: "Мир", - 1971 г., - 537 С.
10. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: 2007. - 552 с.
11. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. - М.: Наука, 1986. - С. 272.
12. Советов Б.Я., Цехановский В.В. Информационные технологии: Учеб. для вузов.-М.: Высш. шк., 2003. - 263 с.
13. Роберт У. Себеста. Основные концепции языков программирования / Пер. с англ. -5-е изд. - М.: Вильяме, 2001. - 672 с.