


|  |       |  |
|--|-------|--|
| Министерство науки и высшего образования РФ<br>Ульяновский государственный университет | Форма |  |
| Ф-Программа вступительного испытания   |       |  |

УТВЕРЖДАЮ:

Председатель приемной комиссии УлГУ

Б.М. Костишко

*Б.М. Костишко* 5 апреля 2022 г.



# ПРОГРАММА


вступительных испытаний по научной специальности

## 1.1.8. МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

для поступающих на обучение по программам подготовки  
научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре  
Ульяновского государственного университета

Сведения о разработчиках:

| ФИО                         | Аббревиатура кафедры | Ученая степень, звание |
|-----------------------------|----------------------|------------------------|
| Андреев Александр Сергеевич | ИБиТУ                | д.ф.-м.н., профессор   |
|                             |                      |                        |

|  |       |  |
|--|-------|--|
| Министерство науки и высшего образования РФ<br>Ульяновский государственный университет | Форма |  |
| Ф-Программа вступительного испытания   |       |  |

## 1. Общие положения

**1.1.** Программа вступительного испытания по специальной дисциплине соответствующей научной специальности программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре **1.1.8. Механика деформируемого твердого тела** (далее - Программа), сформирована на основе требований федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к программам магистратуры (специалитета) по соответствующим направлениям (специальностям) подготовки. Программа разработана для поступления на обучение в аспирантуру УлГУ.

Программой устанавливается:

- форма, структура, процедура сдачи вступительного испытания;
- шкала оценивания;
- максимальное и минимальное количество баллов для успешного прохождения вступительного испытания;
- критерии оценки ответов.

Вступительное испытание проводится на русском языке.

**1.2.** Организация и проведение вступительного испытания осуществляется в соответствии с Правилами приема, утвержденными решением Ученого совета УлГУ, действующими на текущий год поступления.

**1.3.** По результатам вступительного испытания, поступающий имеет право подать на апелляцию о нарушении, по мнению поступающего, установленного порядка проведения вступительного испытания и (или) о несогласии с полученной оценкой результатов вступительного испытания в порядке, установленном Правилами приема, действующими на текущий год поступления.

## 2. Форма, структура, процедура, программа вступительного испытания и шкала оценивания ответов


**2.1.** Вступительное испытание по специальной дисциплине проводится в форме устного экзамена в соответствии с перечнем тем и (или) вопросов, установленных данной Программой.

**2.2.** Процедура проведения экзамена представляет собой сдачу экзамена в очной форме и (или) с использованием дистанционных технологий (при условии идентификации поступающих при сдаче ими вступительных испытаний): очно и дистанционно.

**2.3.** Результаты проведения вступительного испытания оформляются протоколом, в котором фиксируются вопросы экзаменаторов к поступающему. На каждого поступающего ведется отдельный протокол.

### 2.4. Программа экзамена.

Примерный перечень тем и вопросов для подготовки к сдаче экзамена и

|  |       |  |
|--|-------|--|
| Министерство науки и высшего образования РФ<br>Ульяновский государственный университет | Форма |  |
| Ф-Программа вступительного испытания   |       |  |

формирования билетов.

## 1.1.8. МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

### Раздел 1. Дифференциальные уравнения


Доказательство существования решения дифференциального уравнения 1-го порядка. Единственность решения. Линейное дифференциальное уравнение  $n$ -ого порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система. Детерминант Вронского. Линейное уравнение  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.

### Раздел 2. Теоретическая механика

Теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; формулы, задающие распределение скоростей и ускорений точек абсолютно твердого тела. Углы Эйлера. Движение свободной материальной точки под действием ньютоновой силы притяжения к неподвижному центру. Первая и вторая космические скорости и их оценки (для Земли). Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет. Система материальных точек. Внутренние и внешние силы. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Формулы Кенига. Идеальные связи. Общее уравнение динамики для системы материальных точек. Уравнения Лагранжа для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл Якоби, интеграл энергии, циклический интеграл. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнение движения. Определение реакций. Движение твердого тела с неподвижной точкой. Случай Эйлера. Регулярная прецессия. Уравнения Гамильтона. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений. Вариационный принцип Гамильтона для натуральных систем.

### Раздел 3. Механика сплошной среды


Теория деформаций. Компоненты тензора конечных деформаций и их геометрический смысл. Условия совместности для компонент тензора малой деформации. Девiatorная и шаровая части тензора малой деформации. Тензор скоростей деформации. Кинематический смысл его компонент. Дивергенция скорости. Вектор вихря скорости. Их кинематический смысл. Формула Стокса. Кинематические свойства вихря. Теория напряженного состояния. Внешние и внутренние силы. Массовые и поверхностные силы. Напряженное состояние в точке тела. Тензор напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды. Связь между напряженным и деформированным состояниями. Определяющие соотношения. Закон Гука и закон Навье-Стокса. Изотропное линейно-упругое тело и изотропная линейная вязкая жидкость. Закон сохранения массы и количества движения в интегральной и дифференциальной формах. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа. Теорема живых сил для сплошной среды. Работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики - закон сохранения энергии. Уравнение энергии и уравнение притока тепла. Второй закон термодинамики. Энтропия. Постановка задач теории упругости в перемещениях и

|  |       |  |
|--|-------|--|
| Министерство науки и высшего образования РФ<br>Ульяновский государственный университет | Форма |  |
| Ф-Программа вступительного испытания   |       |  |

напряжениях. Граничные условия. Плоские задачи теории упругости. Плоская деформация. Плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Задаче Ламе о толстостенной трубе под действием внутреннего и внешнего давления. Пластическая деформация тел. Поверхность нагружения. Уравнение неразрывности, уравнения Эйлера движения идеальной жидкости, уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Идеальный совершенный газ, несжимаемая жидкость. Адиабатические процессы. Начальные и граничные условия. Гидростатика. Закон Архимеда. Основные интегралы уравнений движения идеальных жидкостей и газов. Интеграл Бернулли и интеграл Коши-Лагранжа. Явление кавитации. Теорема Томсона. Динамические теоремы Гельмгольца о вихрях. Источники и стоки. Диполь. Прямолинейная вихревая нить. Движение сферы в несжимаемой идеальной жидкости. Присоединенная масса сферы. Уравнения Навье-Стокса. Число Рейнольдса. Ламинарные течения. Течения Пуазейля. Понятие о турбулентности. Звуковые волны, волновое уравнение. Число Маха. Угол Маха. Эффект Доплера. Уравнения Максвелла в вакууме и в материальной среде.

### Перечень вопросов

1. Доказательство существования решения дифференциального уравнения 1 -го порядка. Единственность решения.
2. Линейное дифференциальное уравнение n-ого порядка. Линейное однородное уравнение.
3. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система. Детерминант Вронского.
4. Линейное уравнение n-ого порядка с постоянными коэффициентами.
5. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.
6. Теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; формулы, задающие распределение скоростей и ускорений точек абсолютно твердого тела. Углы Эйлера.
7. Движение свободной материальной точки под действием ньютоновой силы притяжения к неподвижному центру. Первая и вторая космические скорости и их оценки (для Земли).
8. Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет.
9. Система материальных точек. Внутренние и внешние силы. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Формулы Кенига.
10. Идеальные связи. Общее уравнение динамики для системы материальных точек.
11. Уравнения Лагранжа для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл Якоби, интеграл энергии, циклический интеграл.
12. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия.
13. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнение движения. Определение реакций.
14. Движение твердого тела с неподвижной точкой. Случай Эйлера. Регулярная прецессия.
15. Уравнения Гамильтона. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений.
16. Вариационный принцип Гамильтона для натуральных систем.
17. Теория деформаций. Компоненты тензора конечных деформаций и их геометрический смысл. Условия совместности для компонент тензора малой деформации. Девiatorная и шаровая части тензора малой деформации.

|  |       |  |
|--|-------|--|
| Министерство науки и высшего образования РФ<br>Ульяновский государственный университет | Форма |  |
| Ф-Программа вступительного испытания   |       |  |

18. Тензор скоростей деформации. Кинематический смысл его компонент. Дивергенция скорости. Вектор вихря скорости. Их кинематический смысл. Формула Стокса. Кинематические свойства вихря.
19. Теория напряженного состояния. Внешние и внутренние силы. Массовые и поверхностные силы. Напряженное состояние в точке тела. Тензор напряжений.
20. Связь между напряженным и деформированным состояниями. Определяющие соотношения. Закон Гука и закон Навье-Стокса. Изотропное линейно-упругое тело и изотропная линейная вязкая жидкость.
21. Закон сохранения массы и количества движения в интегральной и дифференциальной формах. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.
22. Теорема живых сил для сплошной среды. Работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики - закон сохранения энергии. Уравнение энергии и уравнение притока тепла. Второй закон термодинамики. Энтропия.
23. Постановка задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Граничные условия.
24. Плоские задачи теории упругости. Плоская деформация. Плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Задаче Ламе о толстостенной трубе под действием внутреннего и внешнего давления.
25. Пластическая деформация тел. Поверхность нагружения.
26. Уравнение неразрывности, уравнения Эйлера движения идеальной жидкости, уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Идеальный совершенный газ, несжимаемая жидкость. Адиабатические процессы. Начальные и граничные условия.
27. Гидростатика. Закон Архимеда. Основные интегралы уравнений движения идеальных жидкостей и газов. Интеграл Бернулли и интеграл Коши-Лагранжа. Явление кавитации.
28. Теорема Томсона. Динамические теоремы Гельмгольца о вихрях. Источники и стоки. Диполь. Прямолинейная вихревая нить.
29. Движение сферы в несжимаемой идеальной жидкости. Присоединенная масса сферы.
30. Уравнения Навье-Стокса. Число Рейнольдса. Ламинарные течения. Течения Пуазейля. Понятие о турбулентности.
31. Звуковые волны, волновое уравнение. Число Маха. Угол Маха. Эффект Доплера.
32. Уравнения Максвелла в вакууме и в материальной среде.

#### Рекомендуемая литература

1. Бибиков Ю.Н. Дифференциальные уравнения. — М.: Высшая школа, 1990.
2. Бухгольц И.И. Основной курс теоретической механики. Т. 1.2. — М.: Наука, 1972.
3. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. — М.: МГУ, 1990.
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. В 3-х частях. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
5. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т. 1,2. — М. Физматлит, 1963. — 583 с.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М: Наука, 1987.
7. Маркеев А.П. Теоретическая механика. — Ижевск: ЧеРО, 1999.
8. Моисеев Н.Д. Очерки развития механики. — М.: Изд-во Моск, ун-та, 1961. — 478 с.

|  |       |  |
|--|-------|--|
| Министерство науки и высшего образования РФ<br>Ульяновский государственный университет | Форма |  |
| Ф-Программа вступительного испытания   |       |  |

9. Петровский ИГ. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: [учебное пособие для физ.-мат. фак. ун-тов] / И.Г. Петровский. — М.: Физматлит, 2009. — 207 с.
10. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. — М: МГУ, 1979.
11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1974.
12. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1,2. — М.: Наука, 1984.
13. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. — М.: КомКнига, 2006.
14. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики. — М.: МГУ, 1999.
15. Черный Г.Г. Газовая динамика. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1988. — 424 с.
16. Четаев И.Г. Лекции по теоретической механике / Под ред. ВВ. Румянцева, К.Е. Якимовой. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1987. — 368 с.
17. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. — М.: Наука, 1987.

## 2.5. Шкала оценивания ответов на экзамене

| <b>неудовлетворительно</b> | <b>удовлетворительно</b> | <b>хорошо</b>  | <b>отлично</b>  |
|----------------------------|--------------------------|----------------|-----------------|
| до 39 баллов               | 40 - 74 баллов           | 75 - 84 баллов | 85 - 100 баллов |

Общая продолжительность экзамена составляет 45 минут.

Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Минимальное количество баллов для успешного прохождения экзамена - 40. Поступающий, набравший менее 40 баллов за экзамен, не может быть зачислен в аспирантуру.

Таблица критериев оценки устных и письменных ответов (при наличии)

| <b>Вид деятельности</b>    |             |  |
|----------------------------|-------------|--|
| <b>Оценка</b>              | <b>Балл</b> | <b>Уровень владения темой</b>  |
| <b>неудовлетворительно</b> | до 39       | Ответ на поставленный вопрос не дан или ответ неполный, отсутствует логичность повествования или допущены существенные логические ошибки |
| <b>удовлетворительно</b>   | 40-74       | Ответ полный, допущены не существенные логические ошибки   |
| <b>хорошо</b>              | 75-84       | Ответ логичный, конкретный, присутствуют незначительные пробелы в знаниях материала программы  |

|  |       |  |
|--|-------|--|
| Министерство науки и высшего образования РФ<br>Ульяновский государственный университет | Форма |  |
| Ф-Программа вступительного испытания   |       |  |

|                |        |   |
|----------------|--------|---|
| <b>отлично</b> | 85-100 | Ответ полный, логичный, конкретный, без замечаний. Продемонстрированы знания материала программы, умение решать предложенные задачи |
|----------------|--------|---|

Вступительное испытание проводится экзаменационной комиссией, действующей на основании приказа ректора.

Итоговая оценка за экзамен определяется как средний балл, выставленный всеми членами комиссии.