

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Дисциплина:	Математический анализ

Наименование кафедры	Цифровой экономики
	(ЦЭ) аббревиатура

Направление _____ 38.03.05 (бакалавриат), «Бизнес-информатика» _____
(код специальности(направления), полное наименование)

Сведения о разработчиках:

ФИО	Аббревиатура кафедры	Ученая степень, звание
Эткин Анатолий Ефимович	ЦЭ	к.ф-м.н., доцент

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина принадлежит базовой части математического и естественнонаучного цикла дисциплин ФГОС ВО по направлению «Бизнес-информатика». Дисциплина изучается студентами первого курса бакалавриата.

Изучение курса «Математический анализ» базируется на компетенциях, сформированных у обучающихся в процессе изучения школьного курса математики.

Дисциплина занимает особое место в учебном плане. Вместе с курсами линейной алгебры и дискретной математики, дисциплина «Математический анализ» составляет основу математического образования студента.

Базовые фундаментальные знания, полученные при изучении дисциплины «Математический анализ», позволяют перейти к изучению дисциплин:

- «Дифференциальные и разностные уравнения»;
- «Теория вероятностей и математическая статистика».

Знания, навыки и умения, приобретенные в результате прохождения курса, будут востребованы при изучении других дисциплин математического и естественнонаучного, а также экономического циклов, и при выполнении курсовых и выпускной квалификационной работы.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:
способность использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования (ПК-17).

В результате освоения дисциплины студенты должны:

Иметь представление:

- о роли и месте математического анализа в современной цивилизации и мировой культуре.

Знать:

- основные понятия математического анализа;
- основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления;
- таблицы производных и интегралов основных элементарных функций;
- правила и методы вычисления пределов, дифференцирования и интегрирования;
- признаки сходимости числовых рядов;
- основные методы интегрирования дифференциальных уравнений.

Уметь:

- логически мыслить;
- вычислять пределы и производные элементарных функций;
- исследовать функции на непрерывность;
- исследовать функции на монотонность и выпуклость;
- находить экстремумы функций и точки перегиба;
- исследовать асимптотическое поведение функций;
- строить графики функций на основе проведенного исследования;
- вычислять определенные и неопределенные интегралы;

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

- исследовать сходимость числовых рядов и несобственных интегралов;
- решать простейшие дифференциальные уравнения.

Владеть:

- логической и теоретико-множественной символикой;
- навыками использования понятий математического анализа для выражения количественных отношений в экономике.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Объём дисциплины в зачетных единицах (всего): 8 зачетных единиц.

3.2 Объём дисциплины по видам учебной работы (в часах)

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения очная)		
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам	
		№ семестра 1	№ семестра 2
1	2	3	4
Контактная работа обучающихся с преподавателем	108	54	54
Аудиторные занятия:	108	54	54
Лекции	36	18	18
практические и семинарские занятия	54	36	18
лабораторные работы (лабораторный практикум)	18		18
Самостоятельная работа	108	90	18
Текущий контроль (количество и вид: конт. работа, коллоквиум, реферат)			
Курсовая работа			
Виды промежуточной аттестации	72	экзамен (36)	экзамен (36)
Всего часов по дисциплине	288	180	108

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

3.3 Содержание дисциплины. Распределение часов по темам и видам учебной работы

№ п/п	Название разделов и тем	Всего (в часах)	Виды учебных занятий (в часах)				
			Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа
			лекции	практ.	лаб.раб.		
1	2	3	4	5	6	7	
1.	Множества и функции.	16	2	4			10
2.	Предел функции.	32	4	8			20
3.	Непрерывность функции.	16	2	4		2	10
4.	Производная и дифференциал.	32	4	8		2	20
5.	Основные теоремы дифференциального исчисления.	28	4	4		2	20
6.	Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков.	20	2	8		2	10
7.	Функции нескольких переменных.	16	2	2	2	2	10
8.	Неопределенный интеграл.	18	2	4	2	2	10
9.	Определенный интеграл.	30	4	2	4	2	20
10.	Числовые ряды.	16	2	2	2	2	10
11.	Степенные ряды.	16	2	2	2	2	10
12.	Комплексные числа.	16	2	2	2	2	10
13.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	16	2	2	2	2	10
14.	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.	16	2	2	2		10
	ИТОГО:	288	36	54	18	22	180

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

4. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

Тема 1. Множества и функции. Множества и операции над ними. Множество вещественных чисел. Функция. Область определения и область значений. Различные способы задания функций. Композиция функций. Взаимно-однозначное соответствие. Тожественная функция. Обратная функция. Основные элементарные функции, их свойства и графики.

Тема 2. Предел функции. Предельная точка множества. Окрестность конечной и бесконечно удаленной точки. Предел функции в точке (конечной и бесконечной). Предел последовательности как частный случай предела функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие и их свойства. Предел монотонной функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы.

Тема 3. Непрерывность функции. Непрерывность функции в точке. Операции над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Классификация разрывов. Примеры разрывных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

Тема 4. Производная и дифференциал. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, ее геометрический, механический и экономический смысл. Основные правила нахождения производных. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Использование понятия производной в экономике. Эластичность функции.

Тема 5. Основные теоремы дифференциального исчисления. Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их применение. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Представление функций $\exp(x)$, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$ по формуле Тейлора.

Тема 6. Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков. Условие монотонности функции на интервале. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования функции и построение ее графика.

Тема 7. Функции нескольких переменных. Окрестность точки в пространстве \mathbf{R}^n . Предел функции. Непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал и его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.

Тема 8. Неопределенный интеграл. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Простейшие правила интегрирования. Методы интегрирования подстановкой (замена переменной) и по частям.

Тема 9. Определенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Применение способов подстановки и интегрирования по частям к вычислению определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.

Тема 10. Числовые ряды. Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда.

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

Необходимое условие сходимости ряда. Действия с рядами. Достаточное условие сходимости положительных рядов. Теоремы сравнения, признаки Коши и Даламбера, интегральный признак. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость рядов.

Тема 11. Степенные ряды. Понятие функционального ряда и области его сходимости. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение в степенные ряды элементарных функций $\exp(x)$, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $\arctg x$.

Тема 12. Комплексные числа. Определение множества комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексное сопряжение. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера.

Тема 13. Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие о дифференциальном уравнении. Обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных. Порядок уравнения. Решение уравнения. Интегрирование уравнения. Начальные и граничные условия. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Решение дифференциального уравнения первого порядка и его геометрический смысл. Интегральные кривые. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах (уравнение с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, линейные уравнения первого порядка).

Тема 14. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения. Однородные и неоднородные уравнения. Понятие общего решения. Уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Метод вариации постоянных.

5. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

№ п/п	№ раздела	Тема, рассматриваемые вопросы	Количество часов (из них интерактив)
			Очная форма
1	1	Множества и функции. Операции над множествами и их свойства. Нахождение области определения и области значений функций. Нахождение композиции функций, проверка обратимости и нахождение обратных функций.	2
2	1	Элементарные функции, их графики и свойства. Графики основных элементарных функций	2
3	2	Пределы функций. Окрестность точки, понятие предельной точки. Предел последовательности как частный случай предела функции. Вычисление пределов. Виды неопределенностей и освобождение от них.	4
4	2	Замечательные пределы. Вычисление неопределенностей, сводящихся к замечательным пределам.	2
5	2	Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Асимптотические соотношения и их использование при вычислении пределов.	2

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

6	3	Непрерывность функций. Вычисление односторонних пределов. Исследование функций на непрерывность и классификация разрывов.	4 (2)
7	4	Производная и дифференциал. Механический, геометрический и экономический смысл производной. Геометрический смысл дифференциала. Техника вычисления производных. Производная сложной функции. Производная степенно-показательной функции. Производные функций, заданных параметрически.	4 (2)
8	4	Производные и дифференциалы высших порядков.	2
9	4	Использование понятия производной в экономике. Предельные величины в экономике. Эластичность функции.	2
10	6	Экстремумы функций. Исследование функций на максимум и минимум. Решение простейших оптимизационных задач.	2 (2)
11	5	Правило Лопиталю. Применение правила Лопиталю при вычислении пределов, содержащих неопределенности. Примеры неправильного применения правила Лопиталю.	2
12	5	Формула Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Представление функций $\exp(x)$, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$ по формуле Тейлора.	4
13	6	Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков. Исследование функции на монотонность и нахождение экстремумов. Исследование на выпуклость и вогнутость, и определение точек перегиба. Нахождение асимптот.	4 (2)
14	7	Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Повторные пределы, пределы по направлению. Примеры функций, имеющих различные пределы по разным направлениям.	2(2)
15	7	Частные производные и полный дифференциал. Градиент функции.	2
16	7	Экстремумы функции нескольких переменных.	2
17	8	Первообразная и неопределенный интеграл. Вычисление неопределенных интегралов на основе простейших правил интегрирования.	2
18	8	Использование методов интегрирования подстановкой (замена переменной) и по частям для вычисления неопределенных интегралов.	2(2)
19	9	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Применение формул замены переменной и интегрирования по частям при вычислении определенных интегралов. Примеры неправильного применения формулы Ньютона-Лейбница и формулы замены переменной.	2(2)
20	9	Несобственные интегралы. Виды несобственных интегралов. Понятие сходимости и расходимости несобственных интегралов. Вычисление и исследование сходимости интегралов с бесконечными пределами и интегралов от неограниченных функций.	2(2)
21	10	Сходимость положительных рядов.	2(2)
22	10	Сходимость знакопеременных рядов.	2(2)
23	11	Степенные ряды.	2(2)
24	11	Разложение функций в ряд Тейлора.	2
25	12	Комплексные числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. Перевод из алгебраической формы в тригонометрическую. Действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме. Показательная форма комплексного числа.	2
26	13	Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные	2

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

		дифференциальные уравнения, линейные уравнения первого порядка, уравнение Бернулли. Метод вариации постоянной.	
27	14	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Нахождение общего решения однородного уравнения. Нахождение частного решения для уравнения с правой частью специального вида. Метод вариации постоянных.	2
28		Всего:	54 (22)

6. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ (ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ)

№	Тема лабораторной работы	Цель	Инструментарий
1	Поиск экстремумов функций нескольких переменных.	Сформировать представление об использовании математических пакетов в задачах поиска экстремумов функций.	SMath Studio
2	Вычисление неопределенных интегралов.	Сформировать представление об использовании математических пакетов для символьных вычислений (вычисление неопределенных интегралов).	SMath Studio
3	Вычисление определенных интегралов символьными и численными методами.	Сформировать представление об использовании математических пакетов для вычисления определенных интегралов символьными и численными методами.	SMath Studio
4	Вычисление несобственных интегралов.	Сформировать представление об использовании математических пакетов для вычисления несобственных интегралов и исследования их сходимости.	SMath Studio
5	Исследование сходимости числовых рядов.	Сформировать представление об использовании математических пакетов для исследования сходимости числовых рядов.	SMath Studio
6	Разложение функций в ряд Тейлора.	Сформировать представление об использовании математических пакетов для разложения функций в ряд Тейлора.	SMath Studio
7	Комплексные числа.	Сформировать представление об использовании математических пакетов для реализации операций с комплексными числами.	SMath Studio
8	Решение дифференциальных уравнений первого порядка и соответствующих граничных задач.	Сформировать представление об использовании математических пакетов для решения дифференциальных уравнений символьными и численными методами.	SMath Studio
9	Решение линейных дифференциальных уравнений высших порядков и соответствующих граничных задач.	Сформировать представление об использовании математических пакетов для решения дифференциальных уравнений символьными и численными методами.	SMath Studio

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

7. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ

По дисциплине не предусмотрены курсовые работы, контрольные работы, рефераты.

8. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

Студенты выполняют задания, самостоятельно обращаясь к учебной литературе. Проверка выполнения заданий осуществляется путем проверки домашних заданий и устного опроса на практических занятиях. Для методического обеспечения самостоятельной работы студентов разработано печатное учебное пособие, охватывающее все темы курса, вынесенные на самостоятельное изучение.

9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература

1. Белый Е. М., Эткин А. Е., Эткина Г. П. Математика для экономистов. Ульяновск, 2006.
2. Замков О. О., Черемных Ю. А., Толстопятенко А. В. Математические методы в экономике. М.: Дело и сервис, 2009.
3. Красс М. С. Математика для экономических специальностей. М.: Дело, 2002.
4. Красс М. С., Чупрынов Б. П. Математика для экономического бакалавриата. М.: Дело, 2005.
5. Кремер Н. Ш. и др. Высшая математика для экономических специальностей. М.: Юрайт-Издат, 2009.
6. Кузнецов Б. Т. Математика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.

б) дополнительная литература

1. Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике. В 2 частях. Часть 1,2. — М.: Айрис-пресс, 2009. — 288с.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 частях. Часть 1. — М.: Оникс, 2007. — 304с.
3. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике. — М.: Физматлит, 2010. — 336с.
4. Сударев Ю.Н. и др. Основы линейной алгебры и математического анализа. — М.: Академия, 2009. — 350с.

в) программное обеспечение

1. Стандартный пакет офисных программ корпорации Microsoft.
2. ОС Windows XP, браузер (Internet Explorer не ниже версии 6.0).
3. Математический пакет SMath Studio.

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. Интерактивная обучающая и тестирующая система: <http://www.i-exam.ru>
2. Образовательный математический сайт: <http://www.exponenta.ru>
3. Электронный каталог научной библиотеки УлГУ.
4. Научная электронная библиотека eLibrary.ru.
5. Электронная библиотечная система IPRbooks.

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1. Аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий оснащенные проектором, ноутбуком, аудиооборудованием для просмотра видео (актовый зал, 703, 709 и др. аудитории).
2. Аудитории, оборудованные интерактивными досками (603, 611)
3. Аудитории для проведения тестирования и самостоятельной работы студентов с выходом в интернет, комп.класс №806 (корпус по ул. Пушкинская, 4а), 1 сервер и 16 рабочих мест (MS Office).
4. Читальный зал (803 аудитория) с компьютеризированными рабочими местами для работы с электронными библиотечными системами, каталогом и т.д.

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

Приложение

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Математический анализ»

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Этапы формирования компетенций по дисциплине «Математический анализ» для студентов направления «Бизнес-информатика»

№ семестра	Дисциплины (модули)	Код компетенции
		ПК-17
1	Математический анализ	+
2	Математический анализ	+
	Линейная алгебра	+
	Теоретические основы информатики	+
	Микроэкономика	+
3	Теория вероятностей и математическая статистика	+
	Дискретная математика	+
	Дифференциальные и разностные уравнения	+
4	Эконометрическое моделирование	+
	Учебная практика	+
5	Исследование операций	+
	Системы поддержки принятия решений	+
	Экономико-математические методы и модели	+
	Оптимальное управление в экономических процессах	+
6	Экономико-математические методы и модели	+
	Оптимальное управление в экономических процессах	+
	Информационные системы управления производственной компанией	+
	Имитационное моделирование	+
	Реклама на рынке ИКТ	+
	Производственная практика	+
7	Теория игр	+
	Методы оптимизации	+
	Математическое моделирование производственных процессов	+
	Эконометрическое моделирование производственных процессов	+
8	Информационные технологии на основе систем массового обслуживания	+
	Информационные технологии управления персоналом	+
	Анализ финансовых рынков	+
	Актuarная математика	+
	Дипломная практика	+
	Государственная итоговая аттестация	+

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

2. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции: способность использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования (ПК-17).

В результате освоения дисциплины студенты должны:

Знать:

- основные понятия математического анализа;
- основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления;
- таблицы производных и интегралов основных элементарных функций;
- правила и методы вычисления пределов, дифференцирования и интегрирования;
- признаки сходимости числовых рядов;
- основные методы интегрирования дифференциальных уравнений.

Уметь:

- логически мыслить;
- вычислять пределы и производные элементарных функций;
- исследовать функции на непрерывность;
- исследовать функции на монотонность и выпуклость;
- находить экстремумы функций и точки перегиба;
- исследовать асимптотическое поведение функций;
- строить графики функций на основе проведенного исследования;
- вычислять определенные и неопределенные интегралы;
- исследовать сходимость числовых рядов и несобственных интегралов;
- решать простейшие дифференциальные уравнения.

Владеть:

- логической и теоретико-множественной символикой;
- навыками использования понятий математического анализа для выражения количественных отношений в экономике.

3. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые модули/разделы/темы дисциплины	Индекс контролируемой компетенции (или ее части)	Оценочные средства		Технология оценки (способ контроля)
			наименование	№№ заданий	
1	Множества и функции.	ПК-17	Вопросы к экзамену	1-4	Опрос Решение задач
			Тест	1	
2	Предел функции.	ПК-17	Вопросы к экзамену	5-9	Опрос Решение задач
			Тест	2	
3	Непрерывность функции.	ПК-17	Вопросы к экзамену	10-13	Опрос Решение задач
			Тест	3	
4	Производная и дифференциал.	ПК-17	Вопросы к экзамену	11-18	Опрос Решение задач
			Тест	4	
5	Основные теоремы	ПК-17	Вопросы к	19-25	Опрос

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

	дифференциального исчисления.		экзамену Тест	5	Решение задач
6	Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков.	ПК-17	Вопросы к экзамену Тест	26-31 6	Опрос Решение задач
7	Функции нескольких переменных.	ПК-17	Вопросы к экзамену Тест	32-34 7	Опрос Решение задач
8	Неопределенный интеграл.	ПК-17	Вопросы к экзамену Тест	35-38 8	Опрос Решение задач
9	Определенный интеграл.	ПК-17	Вопросы к экзамену Тест	39-43 9	Опрос Решение задач
10	Числовые ряды.	ПК-17	Вопросы к экзамену Тест	44-49 10	Опрос Решение задач
11	Степенные ряды.	ПК-17	Вопросы к экзамену Тест	50-53 11	Опрос Решение задач
12	Комплексные числа.	ПК-17	Вопросы к экзамену Тест	54-56 12	Опрос Решение задач
13	Дифференциальные уравнения первого порядка.	ПК-17	Вопросы к экзамену Тест	57-59 13	Опрос Решение задач
14	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.	ПК-17	Вопросы к экзамену Тест	60-61 13	Опрос Решение задач

4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

4.1 Вопросы к экзамену

1. Множества и операции над ними.
2. Понятие функции. Область определения и область значений функции. Способы задания функций.
3. Композиция функций. Взаимно-однозначное соответствие. Тожественная функция. Обратная функция.
4. Основные элементарные функции. Их свойства и графики.
5. Окрестность конечной и бесконечно удаленной точки. Предельная точка множества. Открытые и замкнутые множества.
6. Предел функции в точке. Предел последовательности как частный случай предела функции. Односторонние пределы.
7. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. (Определение, свойства, сравнение).
8. Основные теоремы о пределах. Предел монотонной функции.
9. Замечательные пределы.
10. Непрерывность функции. Операции над непрерывными функциями.
11. Непрерывность элементарных функций.
12. Односторонняя непрерывность. Классификация разрывов. Примеры разрывных функций.
13. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

14. Задачи приводящие к понятию производной. Определение производной. Геометрический механический и экономический смысл производной.
15. Основные правила нахождения производных. Производные основных элементарных функций.
16. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала.
17. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
18. Производные и дифференциалы высших порядков.
19. Экстремумы функции. Теорема Ферма.
20. Теорема Ролля.
21. Теорема Лагранжа. Формула Лагранжа.
22. Теорема Коши. Формула Коши.
23. Правила Лопиталя.
24. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.
25. Представление функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$ по формуле Тейлора.
26. Условие постоянства функции на промежутке.
27. Условие монотонности функции на промежутке.
28. Необходимое и достаточное условие экстремума функции.
29. Отыскание наибольшего и наименьшего значения функции, дифференцируемой на отрезке.
30. Выпуклые и вогнутые функции. Определение интервалов выпуклости и вогнутости с помощью первой и второй производной. Точки перегиба.
31. Асимптоты функции.

II семестр

32. Окрестность точки в пространстве \mathbf{R}^n . Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
33. Частные производные. Частные и полный дифференциалы. Геометрический смысл полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
34. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
35. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
36. Простейшие свойства неопределенного интеграла и правила интегрирования.
37. Метод подстановки (замены переменных) для вычисления неопределенного интеграла.
38. Интегрирование по частям при вычислении неопределенного интеграла.
39. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла.
40. Свойства определенного интеграла.
41. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона- Лейбница.
42. Применение способов подстановки и интегрирования по частям к вычислению определенного интеграла.
43. Несобственные интегралы. Их основные свойства.
44. Понятие числового ряда. Частичные суммы ряда, остаток ряда. Определение суммы ряда, сходимости ряда. Необходимое условие сходимости.
45. Сходимость положительных рядов. Достаточные условия сходимости. Теоремы сравнения.
46. Признаки Коши и Даламбера сходимости числовых рядов.
47. Интегральный признак сходимости числовых рядов.
48. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
49. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

50. Понятие функционального ряда и область его сходимости. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля.
51. Разложение функций в ряд Тейлора. Ряд Маклорена.
52. Разложение в ряд Маклорена элементарных функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$.
53. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
54. Комплексные числа. Определение множества комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
55. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексное сопряжение. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа.
56. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера.
57. Понятие о дифференциальных уравнениях. Порядок уравнения. Решение дифференциального уравнения 1-го порядка и его геометрический смысл. Начальные условия. Задача Коши.
58. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения.
59. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной.
60. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения. Однородные и неоднородные уравнения. Понятие общего решения.
61. Уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Метод вариации постоянных.

Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания

От студентов требуется обязательное посещение лекций и семинаров, участие в аттестационных испытаниях, активная работа на семинарах.

Положительная оценка ставится студенту:

- при полном раскрытии вопросов билета;
- при условии сдачи контрольной работы;
- решения необходимого количества задач из банка заданий.

предполагает:

- наличие системы знаний по предмету;
- умение излагать материал в логической последовательности, систематично, грамотным языком;
- владение специализированной терминологией;
- умение использовать достаточные и необходимые условия при анализе математических моделей.

Шкала оценивания:

– оценка «отлично» выставляется, если даны правильные и четкие ответы на вопросы билета, правильные и четкие ответы на дополнительные вопросы, продемонстрирована способность формировать и обоснованно отстаивать собственное мнение;

– оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные, но не всегда полные ответы на вопросы билета, дополнительные вопросы; возникают трудности в формировании обоснованного собственного мнения;

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные, но не полные ответы на вопросы билета, возникают проблемы при ответе на дополнительные вопросы,

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

проблемы при формировании собственного мнения;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется, если ответы на основные вопросы даны в объеме менее 50%, ответы на дополнительные вопросы вызывают большие затруднения (практически не верны).

4.2 Задачи (задания) к экзамену

Тест 1. Множества и функции

1. Если множество $A = [1,3)$, а множество $B = (2,4]$, то объединение $A \cup B$ равно:

- а) $[1,4)$; б) $(1,4]$; в) $[1,4]$; г) $(1,4)$.

2. Если $A = [1,3)$, а $B = (2,4]$, то пересечение множеств $A \cap B$ равно:

- а) $(2,3)$; б) $[2,3)$; в) $(2,3]$; г) $[2,3]$.

3. Область определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 - 2x + 3}}$ равна:

- а) $x \leq -3, x \geq 1$; б) $-3 \leq x \leq 2$; в) $-3 < x < 2$; г) $x < -3, x > 1$.

4. Область определения функции $y = \sqrt{-x^2 - 2x + 3}$ равна:

- а) $x \leq -3, x \geq 1$; б) $-3 \leq x \leq 2$; в) $-3 < x < 2$; г) $x < -3, x > 1$.

5. Обратная функция для функции $y = \log_2(3x)$ имеет вид:

- а) $y = \frac{2^x}{3}$; б) $y = \frac{x^3}{2}$; в) $y = \frac{x^2}{3}$; г) $y = \frac{3^x}{2}$.

6. Обратная функция для функции $y = 2x - 3$ имеет вид:

- а) $y = \frac{x-2}{3}$; б) $y = \frac{x+3}{2}$; в) $y = \frac{x-3}{2}$; г) $y = \frac{3-x}{2}$.

Тест 2. Пределы

1. Предел какой из числовых последовательностей $\{a_n\}$ равен 1:

- а) $a_n = \frac{2n}{2n^2 + 1}$; б) $a_n = \frac{2n^2 + 1}{2n + 1}$; в) $a_n = \frac{2}{2n + 1}$; г) $a_n = \frac{2n^2 + 1}{2n^2 + 3}$.

2. Какая из следующих функций является бесконечно малой в указанной точке?

- а) $\sin x, x = \pi/2$; б) $\frac{\sin^2 x}{x}, x = 0$; в) $\frac{x+2}{x-1}, x = 0$; г) $\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right), x = 0$.

3. Какая из следующих функций является бесконечно большой в указанной точке?

- а) $\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, x = 1$; б) $\frac{x}{\sin x}, x = \pi$; в) $\frac{x}{\sin x}, x = 0$; г) $\frac{\sin x}{x}, x = \infty$.

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

4. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9} \right)$ равно:

- а) $\frac{1}{28}$; б) $\frac{1}{43}$; в) $\frac{1}{48}$; г) $\frac{1}{24}$.

5. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{3x} \right)$ равно:

- а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{4}$; г) 1.

6. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos 2x}{x^2} \right)$ равно:

- а) $\frac{1}{2}$; б) 2; в) 1; г) 0.

7. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{x^3 - 3^3} \right)$ равно:

- а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{9}$; в) 1; г) $\frac{2}{9}$.

8. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{3x}$ равно:

- а) 1; б) \sqrt{e} ; в) $\frac{1}{2}$; г) e^3 .

9. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 6x}{x^3 - x}$ равно:

- а) 1; б) 0; в) 6; г) ∞ .

10. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(-x)}{x}$ равно:

- а) ∞ ; б) 1; в) -1; г) 0.

11. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \operatorname{tg}^2 3x}{\arcsin 2x}$ равно:

- а) 3; б) 6; в) $3/2$; г) 0.

12. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 2}}{\sqrt{x + 3}}$ равно:

- а) ∞ ; б) 1; в) 0; г) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}}$.

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

13. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + x - 2}$ равно:

- а) 1; б) $\frac{7}{5}$; в) $\frac{3}{2}$; г) $\frac{5}{3}$.

14. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4}{x + 2}$ равно:

- а) 2; б) 0; в) ∞ ; г) $3/2$.

15. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{-3x}$:

- а) $\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$; б) $\frac{1}{e\sqrt{e}}$; в) $e^{\frac{3}{2}}$; г) $e^{\frac{2}{3}}$.

Тест 3. Непрерывность функций

1. Выберите неверное утверждение. Если функция непрерывна в точке x_0 , то она:

- а) является бесконечно малой в этой точке;
 б) определена в этой точке;
 в) имеет предел в этой точке;
 г) определена в некоторой окрестности этой точки.

2. Функция $y = e^{-\frac{\sin x}{x}}$ имеет в точке $x = 0$

- а) разрыв I рода с неустранимым разрывом;
 б) разрыв II рода;
 в) разрыв I рода с устранимым разрывом;
 г) функция непрерывна.

3. Функция $y = e^{\frac{1}{x^2}}$ имеет в точке $x = 0$

- а) разрыв I рода с неустранимым разрывом;
 б) разрыв II рода;
 в) разрыв I рода с устранимым разрывом;
 г) функция непрерывна.

4. Какая из следующих функций имеет в точке $x = 0$ разрыв 1-го рода?

- а) $3^{-1/x} \operatorname{ctgx}$; б) $\ln|x|$; в) $\frac{\operatorname{arctgx}}{x}$; г) $\frac{\sin x}{x^2}$.

5. Какая из следующих функций имеет в точке $x = 0$ разрыв 1-го рода?

- а) $3^{-1/x} \operatorname{ctgx}$; б) $\ln|x|$; в) arctgx ; г) $\frac{\sin x}{x}$.

6. Какая из следующих функций имеет в точке $x = 0$ разрыв 2-го рода?

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

а) $2^{-\frac{1}{x}}$; б) $x \cdot \operatorname{ctg} x$; в) $\frac{x^2}{\sin^2 x}$; г) $\operatorname{tg} x$.

7. Какая из следующих функций имеет в точке $x = 0$ разрыв 2-го рода?

а) $2^{\frac{1}{x^2}}$; б) $\operatorname{ctg} x$; в) $\frac{x^2}{\sin x}$; г) $\frac{\sin x}{x}$.

Тест 4. Производная и дифференциал

1. Из следующих функций выберите недифференцируемую в точке $x = 0$.

а) $\operatorname{ctg} x$; б) $\operatorname{arcc} \operatorname{tg} x$; в) $\sqrt{x^5}$; г) e^{-x} .

2. Производная x'_y , если $y = \frac{\sin x}{x}$, равна:

а) $\frac{1}{\cos x}$; б) $\frac{x}{\cos x}$; в) $\frac{x^2}{\sin x + x \cdot \cos x}$; г) $\frac{x^2}{x \cdot \cos x - \sin x}$.

3. Производная функции $y = x \cdot \ln 2x$ равна:

а) $\ln 2x$; б) $\ln 2x + 1$; в) $\ln 2x + \frac{1}{2}$; г) $\ln 2x + 2$.

4. Производная функции $y = \cos(\sin 2x)$, равна:

а) $2 \cos(\cos 2x)$; б) $-\sin(\sin 2x)$; в) $-2 \sin 2x \cdot \sin(\sin 2x)$; г) $-2 \cos 2x \cdot \sin(\sin 2x)$.

5. Производная функции $y = \operatorname{arctg}(\sqrt{2-x^2})$ в точке с абсциссой $x = 1$ равна:

а) -1 ; б) $-\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{4}$; г) $-\frac{1}{2}$.

6. Производная четвертого порядка функции $y = x \cdot \ln x$ в точке с абсциссой $x = 1$ равна:

а) 1 ; б) -1 ; в) 2 ; г) -2 .

Тест 5. Формула Тейлора

1. Многочлен $P(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n}$ является многочленом Тейлора в точке $x = 0$ для функции:

а) e^x ; б) $\sin x$; в) $\cos x$; г) $\ln(1+x)$.

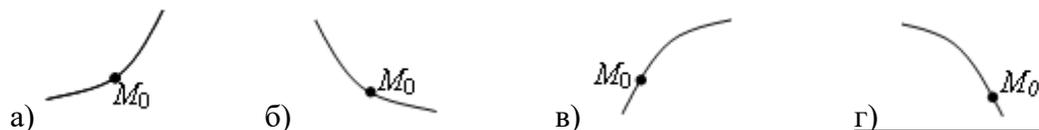
2. Многочлен $P(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$ является многочленом Тейлора в точке $x = 0$ для функции:

а) e^x ; б) $\sin x$; в) $\cos x$; г) $\ln(1+x)$.

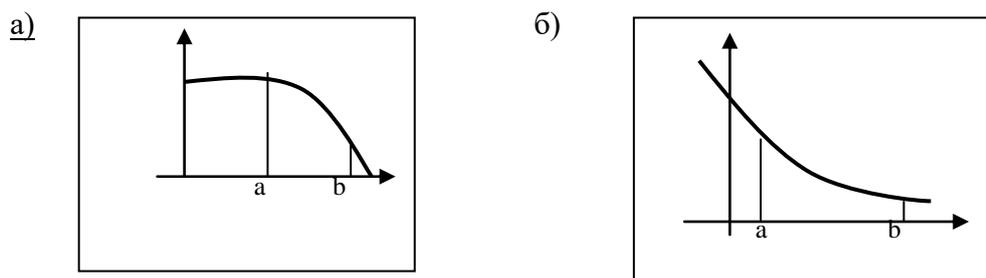
Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

Тест 6. Исследование функций

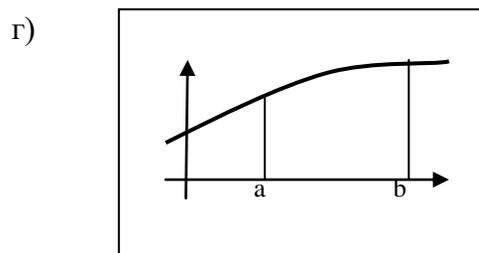
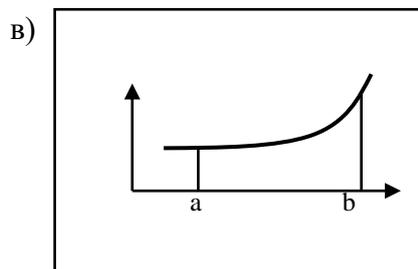
- Функция $y = x^3 - 3x^2$ в точке с абсциссой $x = 1$
а) вогнута; б) выпукла; в) недифференцируема;
г) является точкой перегиба.
- Длина промежутка убывания функции $y = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 18x$ равна:
а) 3; б) 2; в) 5; г) 1.
- Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \sqrt{x} \cdot (x - 3)$ на отрезке $[0, 4]$ равна:
а) 2; б) 4; в) 6; г) 8.
- Точкой максимума функции $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x - 2}$ является точка x , равная:
а) -2 ; б) 2 ; в) $2 + \sqrt{2}$; г) $2 - \sqrt{2}$.
- Выберите неверное утверждение:
а) если $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$, то x_0 – точка перегиба графика функции $y = f(x)$;
б) если x_0 – точка перегиба графика функции $y = f(x)$, то $f''(x_0) = 0$;
в) если $f'(x_0) = f''(x_0) = f'''(x_0) = 0$ и $f^{(4)}(x_0) \neq 0$, то x_0 – точка экстремума функции $y = f(x)$;
г) если $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ и $f'''(x_0) \neq 0$, то x_0 – не является точкой экстремума функции $y = f(x)$.
- Какой эскиз соответствует поведению функции $y(x)$ в окрестности точки M_0 , если $y'(M_0) < 0$, $y''(M_0) < 0$?



- График функции, у которой на промежутке (a, b) $y > 0$; $y' < 0$; $y'' < 0$ имеет вид:



Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		



8. Функция может иметь точку минимума внутри отрезка $[a, b]$, если на всем отрезке график функции
 а) возрастает; б) убывает; в) выпуклый; г) вогнутый.

9. Уравнение правой наклонной асимптоты функции $y = \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$ имеет вид:
 а) $y = x - 1$; б) $y = x + 1$; в) $y = 1 - x$; г) $y = -x - 1$.

Тест 7. Функции нескольких переменных

- Значение предела $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^3 \cdot \sin(4y)}{y \cdot \operatorname{tg}^3(2x)}$ равно:
 а) 0; б) 1/2; в) 2; г) ∞ .
- Какая из следующих функций непрерывна в точке $O(1,1)$?
 а) $\operatorname{ctg}(x^2 - y^2)$; б) $\ln(x^2 + y^2)$; в) $\frac{x - y}{x^2 - y^2}$; г) $\frac{1}{\sin(x^2 - y^2)}$.
- Если $z = y^{2x}$, то частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ равна:
 а) $2x \cdot y^{2x-1}$; б) $2x \cdot y^{2(x-1)}$; в) $2y^{2x} \ln y$; г) $y^{2x} \cdot \ln y$.
- Если $z = x^3 \ln y$, то третья частная производная $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ равна:
 а) $6x$; б) $6 \ln y$; в) $\frac{6x}{y}$; г) $6x \ln y$.
- Выберите неверное утверждение. Для функции $z = x^2 + y^2$ точка $O(0,0)$
 а) является точкой непрерывности;
 б) является стационарной точкой;
 в) является точкой минимума;
 г) не является точкой экстремума.
- Выберите неверное утверждение. Если $M_0(x_0, y_0)$ – точка минимума функции

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

$z = f(x, y)$, то

- а) $f'_x(x_0, y_0) = 0$; б) $f'_y(x_0, y_0) = 0$; в) $f''_{yy}(x_0, y_0) < 0$;
 г) $f''_{xx}(x_0, y_0) > 0$.

7. Полный дифференциал функции $z = x^2y + \sin^2 y$ равен:

- а) $dz = 2xy + x^2 + \sin 2y$; б) $dz = x^2 dx + (2xy + \sin 2y) dy$;
 в) $dz = (2xy + \sin 2y) dx + x^2 dy$; г) $dz = 2xy dx + (x^2 + \sin 2y) dy$.

8. Стационарная точка функции $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4y + 1$:

- а) $M(0, -1)$; б) $M(1, 1)$; в) $M(1, -1)$; г) $M(-1, 1)$.

9. Точка минимума функции $z = x^3 - 12x + 3y^2x$:

- а) $M(2, 0)$; б) $M(-2, 0)$; в) $M(0, 2)$; г) $M(0, -2)$.

Тест 8. Неопределенный интеграл

1. Одна из первообразных для функции $f(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{x^2}}$:

- а) $8\sqrt{x}$; б) $8\sqrt[3]{x}$; в) $6\sqrt[3]{x}$; г) $6\sqrt[3]{x^2}$.

2. Семейство функций $F(x) = -\ln |\sin x| + C$ есть результат вычисления интеграла:

- а) $\int \operatorname{tg} x dx$; б) $\int \operatorname{ctg} x dx$; в) $-\int \operatorname{tg} x dx$; г) $-\int \operatorname{ctg} x dx$.

3. Значение интеграла $\int x \cdot e^{-x^2} dx$ равно:

- а) $-\frac{1}{2} e^{-x^2} + C$; б) $\frac{x^2}{2} e^{-x^2} + C$; в) $e^{-x^2} + C$; г) $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$.

4. Табличный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ равен:

- а) $\arcsin \frac{x}{a} + C$; б) $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$; в) $\ln \left| x + \sqrt{a^2 + x^2} \right| + C$;
 г) $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$.

5. Результат вычисления интеграла $\int (\sqrt{x} + 1) \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) dx$ равен:

- а) $\left(\frac{2}{3} x^{3/2} + x \right) \left(\frac{2}{3} x^{3/2} + \ln |x| \right) + C$; б) $\frac{1}{2} x^2 + \frac{2}{3} x^{3/2} + 2x^{1/2} + \ln |x| + C$;
 в) $\frac{1}{2\sqrt{x}} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) + C$; г) $\frac{x^2}{2} + \ln |x| + C$.

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

6. Интеграл $\int \frac{1}{3\cos x + 4\sin x} dx$ следует вычислять методом:

- а) внесения под знак дифференциала;
б) замены переменной;
 в) интегрирования по частям;
 г) разбиения на сумму табличных интегралов.

7. Интеграл $\int x^2 \cos 2x dx$ следует вычислять методом:

- а) внесения под знак дифференциала;
 б) замены переменной;
в) интегрирования по частям;
 г) разбиения на сумму табличных интегралов.

8. Сумма $(A+B+C)$, где A, B, C – коэффициенты в разложении дроби $\frac{2x+1}{x^2(x+1)}$ на простейшие, равна:

- а) 4; б) -1; в) 1; г) 5.

9. Результат вычисления интеграла $\int \cos^3 x dx$ равен:

- а) $\frac{\sin^4 x}{4} + C$; б) $\frac{\cos^4 x}{4} + C$;
в) $\frac{3\sin x - \sin^3 x}{3} + C$; г) $\frac{3\cos x - \cos^3 x}{3} + C$.

10. Результат вычисления интеграла $\int \frac{(2x+2)dx}{x^2+2x+2}$ равен:

- а) $\operatorname{arctg}(x+1) + C$; б) $\ln \left| \frac{x+2}{x} \right| + C$;
в) $\ln |x^2 + 2x + 2| + C$; г) $\operatorname{arctg} \frac{x+2}{2} + C$.

Тест 9. Определенный интеграл

1. Интеграл $\int_a^b U(x)dV(x)$ равен:

- а) $U(x) \cdot V(x) \Big|_a^b + \int_a^b V(x)dU(x)$; б) $\int_a^b V(x)dU(x) - U(x) \cdot V(x) \Big|_a^b$;
в) $U(x) \cdot V(x) \Big|_a^b - \int_a^b V(x)dU(x)$; г) $\int_a^b V(x)dU(x)$.

2. Интеграл $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx$ равен:

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

а) $\frac{\pi + \sqrt{3}}{12}$; б) $\frac{\pi + \sqrt{3}}{8}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{8}$; г) $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}$.

3. Интеграл $\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$ равен:

а) 1; б) 3; в) 6; г) 9.

4. Интеграл $\int_0^1 (2x+1)^3 dx$ равен:

а) 10; б) 20; в) 15; г) 30.

5. Интеграл $\int_{-2}^2 (\sqrt[3]{x} + x\sqrt{x^2+1}) dx$ равен

а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

6. Интеграл $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx$ равен

а) ln(3); б) ln(2); в) ln(4); г) ln(3,5).

7. Какой из следующих интегралов не является несобственным?

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos \frac{x}{2}}$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x dx$; в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg} x dx$; г) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos x}$.

8. Какой из следующих интегралов не является несобственным?

а) $\int_{-\infty}^1 \frac{dx}{x^2+1}$; б) $\int_0^1 \frac{dx}{x}$; в) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x}$; г) $\int_1^2 \frac{dx}{x}$.

9. Несобственный интеграл $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx$ равен:

а) 0; б) 1; в) 2; г) ∞ .

Тест 10. Числовые ряды

1. Какая числовая последовательность может расходиться

- а) убывающая и ограниченная сверху;
 б) возрастающая и ограниченная сверху;
 в) неубывающая и ограниченная сверху;
 г) невозрастающая и ограниченная снизу.

2. Необходимый признак сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ записывается в виде:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n < 0$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n > 0$; г) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$.

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{1/2}}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{-1/2}}$.

13. Какой из следующих рядов сходится условно?

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n}$.

14. Какой из следующих рядов сходится абсолютно?

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^2 n}{n}$; в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$; г) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$.

15. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3}}$:

а) расходится; б) сходится абсолютно; в) сходится условно.

16. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n+1}}{3^n}$:

а) расходится; б) сходится абсолютно; в) сходится условно.

17. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{\sqrt{n^2 + 1}}$:

а) расходится; б) сходится абсолютно; в) сходится условно.

Тест 11. Степенные ряды

1. Степенным рядом называют ряд вида :

а) $a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots + a_n(x - x_0)^n + \dots$

б) $a_0 + \frac{a_1}{(x - x_0)} + \frac{a_2}{(x - x_0)^2} + \dots + \frac{a_n}{(x - x_0)^n} + \dots$

в) $a_0 + \frac{a_1}{(x - x_0)} + \frac{a_2}{(x - x_0)^2} + \dots + \frac{a_n}{(x - x_0)^n} + \dots$

г) $a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots + a_n(x - x_0)^n + \dots$

2. Интервалом сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x - 2)^n}{3^n}$ является:

а) $(-3, 3)$; б) $(2, 3)$; в) $(-1, 5)$; г) $(-2, 3)$.

3. Известно, что ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x + 5)^n$ сходится при $x = -2$. Выберите верное

утверждение для данного степенного ряда:

а) ряд сходится абсолютно при $x = -7$;

б) ряд расходится при $x = -7$;

в) ряд сходится условно при $x = -7$;

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

г) о сходимости ряда при $x = -7$ ничего сказать нельзя.

4. Областью сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n \cdot 10^n}$ является промежуток:

а) $(-10, 10)$; б) $(-10, 10]$; в) $[-10, 10]$; г) $[-10, 10)$.

5. Ряд Тейлора произвольной функции $f(x)$ в окрестности точки $x = x_0$ имеет вид:

а) $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1} \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n} \cdot (x - x_0)^n + \dots$

б) $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n + \dots$

в) $f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f''(x_0) \cdot (x - x_0)^2 + \dots + f^{(n)}(x_0) \cdot (x - x_0)^n + \dots$

г) $f(x_0) + \frac{1!}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0) + \frac{2!}{f''(x_0)} \cdot (x - x_0)^2 + \dots + \frac{n!}{f^{(n)}(x_0)} \cdot (x - x_0)^n + \dots$

6. Ряд $x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots$ является разложением в ряд Тейлора функции

а) e^x ; б) $\sin x$; в) $\frac{1}{1-x}$; г) $\ln(1+x)$.

Тест 12. Комплексные числа

1. Модуль числа $2z_1 - z_2$, где $z_1 = 1 - 3i$ и $z_2 = -2 - 4i$, равен:

а) $\sqrt{7}$; б) 5; в) 10; г) $2\sqrt{5}$.

2. Частное чисел $z_1 = 1 + 3i$ и $z_2 = 1 - i$ равно:

а) $1 + 2i$; б) $2 - i$; в) $1 - 2i$; г) $2 + i$.

3. Значение $(3 - 2i)^2$ равно

а) $4 - 8i$; б) $-3 - 12i$; в) $5 - 12i$; г) $6i$.

4. Число, сопряженное комплексному числу $(2 - 3i)^2$, равно

а) $-5 + 12i$; б) $-5 + 2i$; в) $2 - 3i$; г) $4 + 4i$.

5. Тригонометрическая форма записи комплексного числа $z = \sqrt{3} + i$:

а) $2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$; б) $2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$;

в) $2 \left(\sin \frac{2\pi}{3} + i \cos \frac{2\pi}{3} \right)$; г) $2 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$.

6. Действительная часть комплексного выражения $\left(\frac{z - 2i}{z + 2i} \right)$ равна

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

а) $z-2$; б) z^2-2^2 ; в) $\frac{z^2-4}{z^2+4}$; г) $z=3$.

7. Один из корней уравнения $z^3 = i$ равен:
а) i ; б) $-i$; в) 1 ; г) -1 .

8. Корни уравнения $z^2 - 4z + 8 = 0$ равны:
а) $-2 + 2i, 2 - 2i$; б) $-2 + 2i, -2 - 2i$; в) $-2 - 2i, 2 + 2i$;
г) $2 + 2i, 2 - 2i$.

Тест 13. Дифференциальные уравнения

1. Решением дифференциального уравнения $xy'^2 - 24xy = 0$ является функция:
а) $y = 18x$; б) $y = 2x^3$; в) $y = 6x^2$; г) $y = 2x^2$.

2. Решением дифференциального уравнения $y'' - 2 = 6x$ является функция:
а) $y = x^3 - 2x$; б) $y = x^3 + 3x^2$; в) $y = x^3 + x^2$; г) $y = x^3 + 2x^2$.

3. Решением дифференциального уравнения $y'' - 4 = 6x$ является функция:
а) $y = x^3 - 2x$; б) $y = x^3 + 3x^2$; в) $y = x^3 + 2x^2$; г) $y = x^3 + 2x^2$.

4. Решением дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = 2 - x$ является функция:
а) x ; б) $-x$; в) $x/2$; г) $-x/2$.

5. Частным решением дифференциального уравнения $(1+x^2)y' = 2xy$ при $y(0) = 1$ является функция:

а) $2x^2 + 1$; б) $x^2 + 1$; в) $2x + 1$; г) $x^3 + 1$.

6. Уравнение $(x-y)dx - x^2dy = 0$ является:

- а) линейным;
б) однородным;
в) с разделяющимися переменными;
г) в полных дифференциалах.

7. Уравнение $xy' - 2y - 2x = 0$ является:

- а) линейным;
б) однородным;
в) с разделяющимися переменными;
г) уравнением Бернулли.

8. Уравнение $\sqrt{y^2+1} - xy' = 0$ является:

- а) линейным;
б) однородным;
в) с разделяющимися переменными;

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

- г) в полных дифференциалах.
9. Уравнение $ydy + (x - 2y)dx = 0$ является:
 а) линейным;
б) однородным;
 в) с разделяющимися переменными;
 г) в полных дифференциалах.
10. Общее решение уравнения $y' = e^x$ имеет вид:
 а) $e^x + C$; б) Ce^x ; в) Ce^{-x} ; г) $e^{-x} + C$.
11. Решение задачи Коши $y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \cos x, y(0) = 0$:
 а) $y = x \cos x$; б) $y = (x + 1) \cos x$; в) $y = \cos x$; г) $y = \sin x + 1$.
12. Уравнение $y''^2 - 5y'' + 6y' = 1$ является:
 а) линейным неоднородным уравнением;
 б) линейным однородным д. у.;
в) д. у. 2-го порядка;
 г) д. у. 1-го порядка.
13. Задача $y' + 2y - 4x = 0, y(0) = 0$ называется:
 а) краевой задачей; б) задачей Вронского;
в) задачей Коши; в) фундаментальной задачей.
14. Задача $y' = \frac{y}{x} + \frac{1}{y'}, y(2) = 1, y'(2) = 2$ называется:
 а) краевой задачей; б) задачей Вронского;
в) задачей Коши; в) фундаментальной задачей.
15. Задача $xy' - y + x = 0, y(-1) = 0, y(1) = 0$ называется:
 а) краевой задачей; б) задачей Вронского;
 в) задачей Коши; в) фундаментальной задачей.
16. Общее решение уравнения $y'' - 6y' + 9y = 0$ имеет вид:
 а) $y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$; б) $y = C_1 x + C_2 e^{-3x}$;
 в) $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x}$; г) $y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$.
17. Общее решение уравнения $y'' + 3y' + 2y = 0$ имеет вид:
 а) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$; б) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$; в) $y = C_1 e^x$; г) $y = C_1 e^{2x}$.
18. Общее решение уравнения $y''' + 9y' = 0$ имеет вид:
 а) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + C_3$; б) $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} + C_3$;
 в) $y = C_1 \sin 9x + C_2 \cos 9x + C_3$; г) $y = C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x + C_3$.

Министерство образования и науки РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф- Рабочая программа по дисциплине на основании ФГОС ВО		

19. Какая из следующих функций является решением уравнения $y' - \frac{y}{x} = 2x$:

- а) $y = x$; б) $y = x^2 + 5x$; в) $y = x + 5$; г) $y = 2x^2$.

Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания

Шкала оценивания:

- оценка «отлично» выставляется, если правильно решено не менее 90% заданий;
- оценка «хорошо» выставляется, если правильно решено от 60% до 90% заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если правильно решено от 30% до 60% заданий;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если правильно решено менее 30% заданий.