области в логике. Контроверза Фреге–Шрёдер. Изд. 2-е, испр. и доп. М.: КомКнига, 2005.
4. Бычков С.Н., Зайцев Е.А., Шашкин Л.О. Диагональная процедура Г. Кантора и теория множеств (историко-научный и логический контекст) // Историко-математические исследования. Вторая сер. Вып. 4 (39). М.: Янус-К, 1999. С. 303–324.
5. Бычков С.Н. Метаматематика и опыт // Математика и опыт. М.: Изд-во МГУ, 2003. С. 354–394.
6. Вейль Г. О символизме математики и математической физики // Математическое мышление. М.: Наука, 1989. С. 55–69.
7. Виннер Д.И. Виды отрицания и исчисление предикатов первого порядка // Математические методы решения инженерных задач. М.: МО РФ, 1999. С. 51–53.
8. Виннер Д.И. О различении внешнего и внутреннего отрицания в логике // Традиционная логика и канторовская диагональная процедура. М.: Янус-К, 1997. С. 5–21.
9. Гайденко П.П. История новоевропейской философии в её связи с наукой. М.: ПЕР СЭ; СПб.: Университетская книга, 2000.
10. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики. М.: Наука, 1979.
11. Лейбниц Г.В. Избр. филос. соч. М.: Типо-лит. Т-ва И.Н. Кушнерев и К°, 1908.
12. Лейбниц Г.В. Соч. Т. 4. М.: Мысль, 1989.
13. Погребысский И.Б. Готфрид Вильгельм Лейбниц. М.: Наука, 1971.
14. Boole G. The Mathematical Analysis of Logic, Being an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning. Cambridge: Macmillan, Barclay, & Macmillan; London: George Bell, 1847.
15. Schröder E. Vorlesungen über die Algebra der Logik. Bd. 1. Leipzig: Druck und Verlag von B. G. Teubner, 1890.

ДОЛЖНА ЛИ МАТЕМАТИКА БЫТЬ ПОЛЕЗНОЙ?

Андрей Борисович Верёвкин
Кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики политологии
Ульяновский государственный университет
E-mail: a_verevkin@mail.ru

Наталья Григорьевна Баранец
Доктор философских наук, доцент, профессор кафедры философии
Ульяновский государственный университет
E-mail: n_baranetz@mail.ru

Вопрос о полезности и предназначении математики возник только в XIX веке. Прежде потребность в математике для технических и естественнонаучных работ была реальностью, не нуждающейся в особом осмыслении. Но с расширением математических теорий и методов возник разрыв между абстрактной и прикладной математикой. К середине XX века произошла поляризация мнений отечественных математиков о предназначении своей дисциплины как науки. Мы рассмотрим эволюцию идей полезности математики в российском научном сообществе разных периодов и опишем современный спектр мнений по этому вопросу. Мы попробуем прояснить причины обращения учёных к этой тематике. Укажем влияние экстерналистских и интерналистских факторов на рефлексию отечественных математиков в течении XVIII – XX веков.

Ключевые слова: философия науки, идеал полезности науки, образ развития научной дисциплины, математическое сообщество.

SHOULD MATHEMATICS BE USEFUL?

Andrey B. Verevkin
CSc in Mathematics, Associate Professor
Ulyanovsk State University

E-mail: a_verevkin@mail.ru

Natalia G. Baranetz
DSC in Philosophy, Associate Professor, Chair of Philosophy, Sociology and Political Science
Ulyanovsk State University
E-mail: n_baranetz@mail.ru

The question of the usefulness and purpose of mathematics arose in the nineteenth century only. Before that, the need for mathematics for technical and natural science works was a reality that does not need special interpretation. But with the expansion of mathematical theories and methods, the gap between abstract and applied mathematics arose. By the middle of the twentieth century, the polarization of the opinions of Russian mathematicians about the purpose of their discipline as a science was occurred. We will consider the evolution of the ideas of the usefulness of mathematics in the Russian scientific community of different periods, and describe the contemporary spectrum of opinions on this issue. We will try to clarify the reasons for the scientists' appeal to this topic. We point out the influence of externalist and internalist factors on the reflection of native mathematicians during the 18–20th centuries.

Keywords: philosophy of science, image of scientific discipline's development, mathematical community.

Когда математики стали задумываться о полезности своей науки, и к каким выводам они пришли? Ответы на эти вопросы следует искать в истории науки и в суждениях учёных по этому поводу.

Рассуждения учёных о научном творчестве за пределами специализации условно побуждаются двумя главными группами факторов – интерналистикими и экстеналистскими. Несомненно, значима логика развития научной дисциплины, поиски её оснований, осмысление критериев исследовательской работы и её оценки. Но также важно общение учёных разных дисциплин, необходимость обеспечения своих исследований и обоснование их полезности для общества.

С XVI века до середины XIX раздумья о пользе математики не были самостоятельной темой. Появлялись только отдельные мысли в контексте исторической и когнитивной идентификации математического сообщества. Декарт в «Рассуждениях о методе» (1637) писал: «математика представляет искуснейшее изобретения, способные удовлетворить любознательность, облегчить ремёсла и уменьшить труд людей… Особенно нравилась мне математика верностью и очевидностью рассуждений, но я ещё не видел её истинного применения, а полагал, что она служит только ремёслам, и удивлялся, как на столь прочном и крепком фундаменте не воздвигнуто чего-либо возвышенного» [Декарт, 1953: 12-14].

В XVII столетии усилиями многих европейских учёных была заложена новая наука – механика, потребовавшая новых методов. Математика дала ей дифференциальное и интегральное исчисление. Ньютон разрабатывал механику как науку математическую, естественную и прикладную. В XVIII веке братья Бернулли, Эйлер, Лагранж, Лаплас развили новые методы математики, применили их к изучению движения небесных светил и земных явлений. Универсальный гений Эйлера обогатил все области математики. Он разработал её важные практические применения: учение о мореходных качествах корабля, теорию гидравлических турбин, способы расчета оптических стекол. Академик А.Н. Крылов заметил, что авторитет Эйлера побудил Парижскую Академию наук признать кораблестроение одной из важных областей приложения математики.

В конце XVIII века революционная Франция создала систему высшего специального образования. В Политехнической школе преподавали ведущие математики страны – Лагранж, Лаплас, Монж и Фурье. Они несли студентам теоретические знания в области инженерных наук. Начавшееся в Европе грандиозное строительство заводов, мостов, вокзалов, верфей требовало совершенствования теории механизмов и сопротивления материалов, а, следовательно, разработки новых математических средств. Появление новых исследовательских проблем в физике и астрономии создало поле для применения математических методов. Гаусс, Коши, Лаплас, Пуассон, Фурье изучали тепловые и электромагнитные явления, моделировали движение жидкости и решали картографические вопросы. Необходимости обосновывать полезность математики не было – это был очевидный факт.

Первый русский учёный, имевший самостоятельные работы по математике и механике, С.К. Котельников в 1761 году на собрании в Академии наук произнёс «Слово о пользе в чистых математических рассуждениях». Он обосновывал полезность математики для развития ума, для применения её в естественных науках и других областях знания.

Представления о предмете и задачах математики в первой половине XIX века опиралась на практическое применение её результатов. Н.Е. Зернов в обосновании темы своей докторской диссертации «Дифференциальное исчисление с приложением геометрии» в 1837 году писал: «Чистая математика состоит в ближайшем отношении к учению о природе: а потому те отрасли оной, кои имеют посредственное или непосредственное приложение в сем последнем, без всякого сомнения заслуживают и большего уважения пред прочим. В настоящем состоянии физики, теории бесконечно малых качаний и тепла занимают первое место между предметами исследований» [Цит.по: Лихолетов, 1955: 440]. Н.Д. Брашман в речи «О влиянии математических наук на развитие умственных способностей» (17 июня 1841 года) сказал о значении математических дисциплин для познания мира. Он возражал шотландскому философу У. Гамильтону, отрицавшему пользу математики для развития ума, что могло способствовать уменьшению часов преподавания математики в школе. Брашман же заявлял, что «надлежащее занятие математическими науками увеличивает объём ума, изощряет его, и возвышает нравственность» [Брашман, 1841: 4]. Истинные первопричины ведомы лишь Богу, но геометры лучше философов умеют обнаруживать закономерности явлений. Чтобы разбираться в житейских вопросах, необходим практический опыт. И геометрия располагает средством, благоприятно влияющем на развитие житейского ума, – теорией вероятностей. Брашман содействовал применению математических знаний. Особой чертой его преподавания было внимание к задачам техники, решаемым методами теоретической механики и математики. В лекциях Брашман отводил значительное время изложению действия различных машин. Он давал теоретические начала для расчёта действия механизмов, используя лучшие достижения в гидравлике и машиноведении. Для диссертационных тем в 1840-х годах Брашман предлагал «Теорию водяных колес», «О воде как двигателе». Прикладные интересы Брашман передал своим ученикам: П.Л. Чебышеву, А.Ю. Давидову, А.С. Ершову. Ершов и Чебышев в Московском и Петербургском университетах читали курсы практической механики, знакомящие с основами теории механизмов и машин. Эти курсы стали передовым явлением в университетском образовании. Чебышев интересовался механикой и занимался инженерными задачами. Давидов создал школу теоретической механики в Московском университете. Её воспитанником был Н.Е. Жуковский, которому принадлежат выдающиеся исследования по аэродинамике, авиации, гидравлике, механике, математике и астрономии.

С середины XIX века вопрос о пользе математики стал чаще появляться в обсуждениях её особенностей. С распространением классических университетов и образованием в них математических кафедр, с расширением поля академической математики в ведущих европейских государствах появилась возможность занятия чистой наукой, зарабатывая преподаванием, а не решением прикладных задач. Математика рубежа XIX–XX веков переживала качественную эволюцию. В итоге проявилась проблема достоверности математических методов, потребовалось осмысление оснований. Во второй половине XIX века был создан современный аксиоматический метод математики, затронувший арифметику и геометрию. Затем были аксиоматизированы алгебра, топология и теория множеств. Д. Гильберт поставил грандиозную задачу аксиоматизации всех математических дисциплин. Для этого предполагалось доказать их непротиворечивость, полноту и категоричность как формальных логических систем. Логицизм, формализм и интуиционизм, обращённые к основаниям математики, способствовали распространению интерналистского взгляда на развитие математических идей. Так, Н.Н. Лузин в 1930-е годы в пропедевтическом курсе математики выводил её историю только из внутренней логики развития науки. Он не касался её приложений и проблем, возникших из естественнонаучных и технических задач.

После революции произошло преобразование математического сообщества. К 1930-м годам сложился государственный запрос на участие науки в социалистическом строительстве. Об этом заявил организатор московской алгебраической школы, руководитель Ассоциации естествознания Комакадемии О.Ю. Шмидт. Он считал науку несамодостаточной деятельностью, нуждающейся для развития в практике. Научные задачи следуют из потребностей промышленности и торговли. Наука – одно из орудий борьбы «передового класса» с религией и реакционными классами. Открытия происходят при практической необходимости в них, а не из внутренней логики научного развития. На Всесоюзном съезде математиков в Харькове в 1930 году Шмидт выступил с докладом «Роль математики в строительстве социализма», вызвавшем осуждение «старых профессоров» из-за классовой оценки математики. Молодым профессорам-коммунистам, напротив, доклад показался недостаточно радикальным.

Оборонные задачи Великой Отечественной войны обратили самых абстрактных математиков к прикладным областям. Они занялись теориями стрельбы, кумулятивных зарядов, крыла, колебания и регулирования, а также передачи информации по каналам связи. Это углубляло идею практической полезности математики, но позднее, с 1960-х годов, отделило прикладников, связанных с государственными проектами, от абстрактных математиков, подчёркивавших свою рафинированную позицию в науке. Воплощение нетривиальных приложений математики требовало от учёных глубокого понимания теории, организаторского таланта, коллективизма и строжайшей дисциплины научного труда. Отдавший много сил кибернетике Б.В Гнеденко возмущался распространённой среди начинающих математиков сентенцией: «если математик занимается прикладными вопросами, то это, как правило, показывает его творческое математическое бессилие. Ему нечего сказать в самой математике, и он пытается прикрыть это использованием готового математического аппарата при решении задач практики» [Гнеденко, 1970: 12].

С ростом популярности формалистических идей Бурбаки и анархистской позиции А. Гротендика пренебрежение прикладной математикой стало подаваться чертой высокого научного стиля и было формой индивидуалистического протеста научной политике государства. В 1970-80-е годы мировоззрение советских математиков фактически разделилось между полярными позициями – либо математика должна быть полезна государству и народу своими приложениями, либо она является чистым интеллектуальным удовольствием учёных и существует только для саморазвития.

Сообщество математиков-прикладников было сильно по составу участников. Они работали в междисциплинарных проектах и широко популяризировали свою позицию. Например, Н.Н Боголюбов разрабатывал приближенные методы анализа, исследовал динамические системы, получил фундаментальные результаты в области статистической физики и квантовой теории поля. И.М. Гельфанд занимался задачами спектрального анализа, создал школу применений математических методов в биологии. Б.В. Гнеденко занимался теорией вероятностей и математической статистикой, создавал теорию массового обслуживания и теорию надёжности. А.А. Ляпунов занимался кибернетикой, математической статистикой и математической лингвистикой. Л.Д. Фадеев работал в теории квантовых полей с бесконечномерной группой инвариантности, предложил строгий математический подход к квантовой проблеме трёх тел.

Не менее представительным было сообщество чистых математиков. Целью своей работы они провозглашали совершенствование здания Математики. Одним из наиболее ярких представителей этого направления можно считать И.Р. Шафаревича, чьи научные интересы лежали в области алгебраической геометрии и теории чисел. Отрицая естественнонаучный идеал полезности, он признавал лишь эстетический критерий оценки научного труда. Математика, по его мнению, даёт пример эталона красоты. Экстенсивное негармоничное развитие математики должно сдерживать религиозными средствами.

В конце 1990-х годов XX века прошла дискуссия о сущности математики между двумя выдающимися учёными В.И. Арнольдом и Ю.И. Маниным. Манин писал, что математика – это искусственный язык, необходимый для описания природы. В ходе внутреннего развития и по своей логике математика создаёт виртуальные миры, отличающиеся красотой и сложностью. При этом удивительно, что «применяя формальные правила к данному математическому тексту, можно на выходе получить текст, который, кажется, несёт новое знание» [Манин, 2008: 127]. Этими идеями возмущался Арнольд: «Математика, согласно Манину, – это отрасль лингвистики или филологии, занимающаяся преобразованием конечных цепочек символов некоторого конечного алфавита в другие такие цепочки при помощи конечного числа «грамматических» правил» [Арнольд, 2004: 14]. Манин отрицал, что математика является движущей силой прогресса. Она тормозит лихорадочное развитие индустриальной цивилизации, отвлекая на решение своих внутренних проблем наиболее способных людей.

Арнольд не соглашался и с этим мнением. Оппоненты остались при своих мнениях, только усилив свои аргументы. Ведь любой спор таит существенное различие индивидуальных судеб и исследовательских успехов. Мы полагаем, что обе позиции всегда найдут своих сторонников.

Литература

1. Арнольд В.И. Что такое математика? М.: МЦНМО, 2004.
2. Брашман Н.Я. Речь о влиянии математики на развитие умственных способностей, произнесенная на акте 1841 года. М.: Тип. Имп. Моск. Ун-та, 1841.
3. Гнеденко Б.В. В.И. Ленин и методологические вопросы математики// Успехи математических наук. 1970. т. XXV, вып. 2 (152). С. 3 – 12.
4. Декарт Р. Рассуждения о методе, чтобы хорошо направлять свой разум и отыскивать истину в науках. М.: Изд-во АН СССР, 1953.
5. Лихолетов И.И., Яновская С.А. Из истории преподавания математики в Московском университете (1804–1860) // Историко-математические исследования. Вып. VIII. М.: ГИТТЛ, 1955. С. 127 – 480.
6. Манин Ю.И. Математика как профессия и призвание// Манин Ю.И. Математика как метафора. М.: МЦНМО, 2008. С. 125 – 136.

БЕСКОНЕЧНОСТЬ В БОГОСЛОВИИ И МАТЕМАТИКЕ: К ДИСКУССИИ АКАДЕМИКА Н.Н. ЛУЗИНА И ОТЦА ПАВЛА ФЛОРЕНСКОГО

Сергей Сергеевич Демидов
Доктор физико-математических наук, заведующий отделом
Института истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН
Профессор механико-математического факультета
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
E-mail: serd42@mail.ru

Проблема бесконечности была одной из важнейших в творчестве П.А. Флоренского и Н.Н. Лузина. Первый ещё студентом проявил большой интерес к теоретико-множественным идеям Г. Кантора. Однако к теории множеств Флоренский подходил с позиций философствующего богослова. Лузин же примкнул к сторонникам той точки зрения, что теоретико-множественные понятия и принципы нуждаются в пересмотре, что неограниченное употребление в математике понятия бесконечного и аксиомы выбора может приводить к выводам, лишенным гносеологического смысла. В итоге позиции, которые заняли Лузин и Флоренский, оказались совершенно различными. Рассмотрение генезиса этого расхождения и является темой настоящего доклада.

Ключевые слова: актуальная бесконечность, континуум, небесная иерархия, дескриптивная теория множеств, аксиома выбора, эффективизм.

INFINITY IN THEOLOGY AND MATHEMATICS: TO THE DISCUSSION OF ACADEMICIAN N.N. LUZIN AND FATHER PAVEL FLORENSKY

Sergey S. Demidov
DSC in History of Science, Head of Department
S.I. Vavilov Institute for the History of Science and Technology, Russian Academy of Sciences
Professor in the Department of Mathematics and Mechanics
M.V. Lomonosov Moscow State University
E-mail: serd42@mail.ru

The problem of infinity has been one of the most important problems in the works of P. A. Florensky and N. N. Luzin. The former was keenly interested in G. Cantor's set-theoretic ideas in his student years. However, he considered Cantor's set theory from the standpoint of a philosophizing theologian. Luzin joined the supporters of the viewpoint