



Ссылка на статью:

// Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. 2022, № 2, с. 117-122.

Поступила: 17.08.2022

Окончательный вариант: 04.12.2022

© УлГУ

УДК 519.21

## Математическое описание модели процесса проектирования блока контроля обогрева самолёта на основе системы «почти точно в срок»

Сулейманов И. Р. \*, Леушкина Т. С.

УлГУ, Ульяновск, Россия

[\\*ilmazsuleimanov@yandex.ru](mailto:ilmazsuleimanov@yandex.ru)

---

Математическое моделирование процессов разработки систем в авиастроительном предприятии на сегодняшний день является основой для прогнозирования и оценки выполнения поставленных задач в указанные сроки.

В данной работе рассматривается математическая модель проектирования блока контроля обогрева самолёта на основе многостадийных процессов выполнения операций в стохастических продуктивных системах с применением системы «почти точно в срок» («almost just-in-time»).

Также в данной работе рассматривается проблема построения и исследования математической модели, которая подвержена случайным возмущениям продуктивной системы. Одним из важнейших частных случаев является система выполнения операции «почти точно в срок».

Цель данной работы – предоставить подход к стохастическому описанию процесса проектирования блока контроля обогрева самолёта, которая была бы подходящей как для аналитических методов, так и для компьютерного имитационного моделирования.

**Ключевые слова:** математическое и имитационное моделирование, стохастическая продуктивная система, система «почти точно в срок», выполнение операций, блок контроля обогрева.

---

### Введение

Темой исследования данной работы является построение в общих траекторных терминах такого математического описания, которое могло бы соответствовать принципу «почти точно в срок». Описание должно позволять контролировать процесс выполнения задачи или этапа в указанные сроки и отклонения от него. Разбросы в интервалах времени будут носить случайный характер. Описание математической модели опирается на разработанные мартигальные методы построения модели. Данная модель представлена на одном из сетевых графиков последовательности работ при разработке блока контроля обогрева, входящего в состав информационного комплекса высотно-скоростных параметров самолета. Помимо

формирования модели, в данной работе необходимо решить следующие важные задачи: определить условие, при которых система будет выполняться в указанные сроки и решить задачу о возможности совместного сосуществования такого описания с моделью, в которой система разрабатывается, но уже с отклонениями от графиков, а также учесть вероятность невыполнения поставленной задачи за большое количество времени.

### Описание математической модели процесса разработки системы

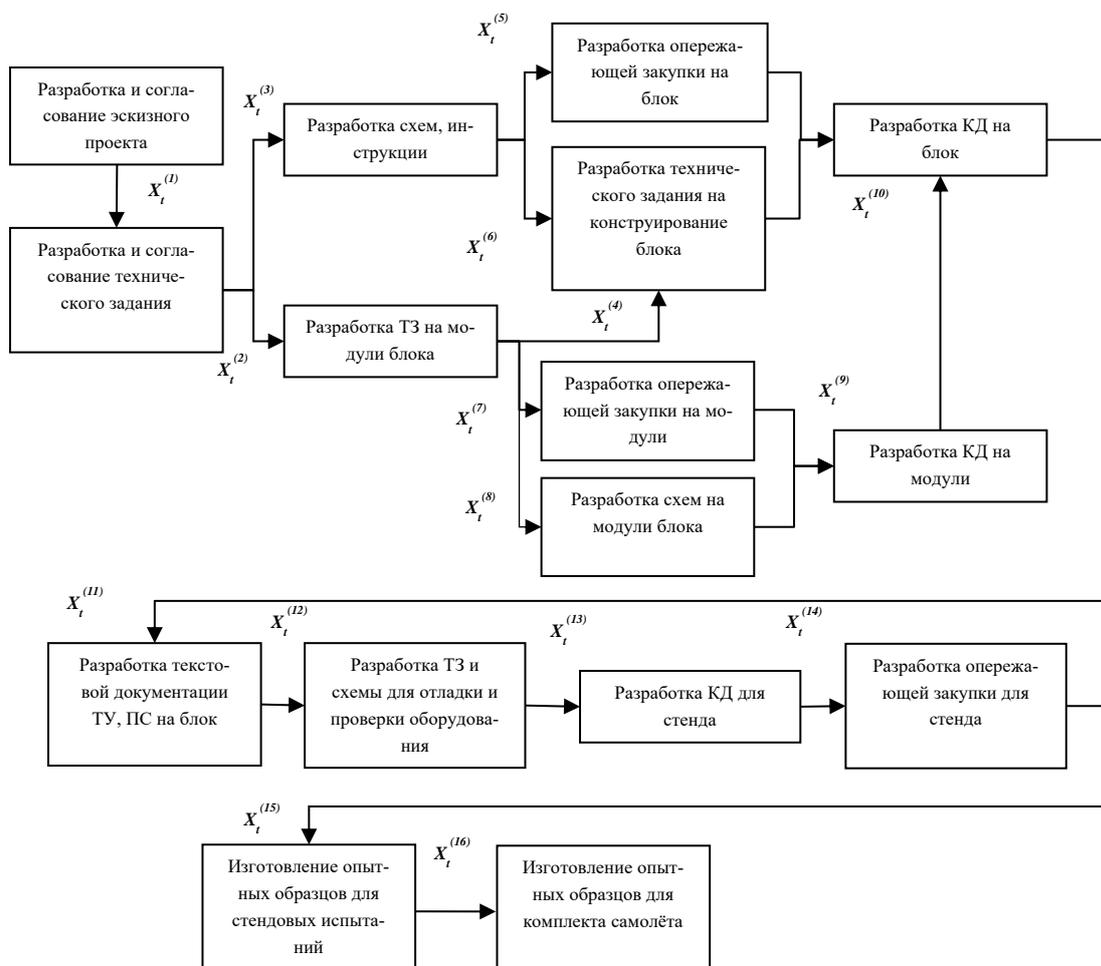


Рис. 1. Сетевой график последовательности работ при разработке блока контроля обогрева

Математическая модель процесса разработки системы представляет собой набор математических определений, соотношений и позволяет проводить математическое, алгоритмическое и имитационное моделирование.

Предполагается, что в данной рассматриваемой математической модели должно быть выполнено  $n$ - количество операций в соответствии с планом графиком, представленным в таблице 1, к фиксированному моменту времени.

Переход между этапами разработки системы в требуемые сроки, согласно структурному плану-графику, — это и будет являться условием выполнения процесса разработки системы «точно-в-срок» («just-in-time»).

Если же переход между этапами будет реализован со срывами графика (не в соответствии со структурным планом графиком), то математическая модель учитывает процесс разработки системы, но уже со срывами сроков, как и обусловлено системе «почти точно в срок» («almost just-in-time»).

Процесс  $X^{(1)} = (X_t^1)_{t \geq 0}$  для первого блока схемы (рис.1) рассматривается на основе процесса одного скачка. Входящие параметры для данного блока носят вероятностный характер, поэтому учитывается риск отсутствия задачи по разработке и согласованию эскизного проекта блока контроля обогрева и системы самолета в целом. Данная вероятность отсутствия заказа по разработке системы в большинстве случаев наблюдается при низкой конкурентоспособности предприятия-разработчика.

Рассмотрим стохастический базис  $V = (\Omega, F, F = (F_t)_{t \geq 0}, P)$ , т.е. вероятностное пространство  $(\Omega, F, P)$ , снабженное неубывающим, непрерывным справа потоком  $\sigma$  – алгебр  $F = (F_t)_{t \geq 0}$ , пополненным по мере (см. [4-8] и литературу в них), в котором определим процесс  $X^{(1)} = (X_t^1)_{t \geq 0}$ .

Процесс  $X^{(1)} = (X_t^1)_{t \geq 0}$  определяется выражением

$$X_t^{(1)} = I\{t \leq \tau\}, \quad (1)$$

где  $I$  – индикаторная функция, а  $t$  – момент поступления задачи на разработку,  $\tau$  – марковский момент.

В данной модели марковский момент, определенный на стохастическом базисе  $V$ , рассматривается как момент выполнения заявки  $\tau = \inf\{t: t > 0, X_t^{(1)} = 0\}$ .

Следующий блок «Разработка и согласование технического задания» рассматривается процесс  $X^{(2)} = (X_t^2)_{t \geq 0}$ , где входящим параметром является эскизный проект (выход из первого блока), на основе которого разрабатывается техническое задание. Его можно представить выражением

$$X_t^{(2)} = c^{(2)} \cdot X_t^{(1)} \cdot I\{a_1 \leq t \leq b_1\} \quad (2)$$

где  $I$  – индикаторная функция, проверяющая выполнение процесса  $X^{(1)} = (X_t^1)_{t \geq 0}$  в указанные сроки (в часах)  $a$  и  $b$ . Поскольку измеряемая величина  $X_t^{(2)}$  варьируется в диапазоне  $[0, c^{(2)}]$  необходимо введение масштабирующего коэффициента  $c^{(2)}$ .

Согласно сетевому графику последовательности работ при разработке блока контроля обогрева (см. рис.1) была описана своя математическая модель. Рационализовав существующие математические модели этапы разработки блока  $X^{(i)} = (X_t^i)_{t \geq 0}$  можно представить общей формулой:

$$X_t^{(i)} = \{c^{(i)} \cdot X_t^{(i-1)} \cdot I\{a_{i-1} \leq t \leq b_{i-1}\}, \quad (3)$$

где переменные  $i$  (3,4, ...,14) соответствуют номеру рассматриваемого блока схемы,  $X_t^{(i-1)}$  – предыдущее состояние системы,  $a_{i-1}, b_{i-1}$  – сроки выполнения  $i-1$  процесса,  $c^{(i)} > 0$  – константы.

Для описания процесса  $X^{(15)} = (X_t^{15})_{t \geq 0}$ , который представляет блок «Изготовление опытных образцов для стендовых испытаний», являющийся одним из крайних этапов работ

в рассматриваемой схеме, используется процесс «почти точно в срок». Для его рассмотрения введём определение данного процесса.

**Определение.** Процесс  $X = (X_t)_{t \geq 0} = (X_t(\lambda))_{t \geq 0}$ , зависящий от параметра  $\lambda > 0$ , называется процессом «почти точно в срок», если существует такое  $T > 0$ , при котором выполняется:

$$P\{|\tau - T| > \varepsilon\} \rightarrow 0, \text{ при } \lambda > 0, \forall \varepsilon > 0, \quad (4)$$

где  $\tau = \inf\{X_t = 0\}$  – момент остановки процесса,  $T$  – «желаемый» момент завершения работы процесса.

Процесс  $X^{(15)} = (X_t^{(15)})_{t \geq 0}$  может быть описан выражением

$$X_t^{(15)} = X_0^{(15)} + \int_{t_0}^{t-s-\varepsilon} \frac{X_1 - X_s}{t_1 - s} \cdot I\{t_0 \leq s \leq t_1 - \varepsilon\} ds + \sigma \int_{t_0}^t dW_s, \quad (5)$$

где  $\varepsilon > 0$  и  $\varepsilon < t_1 - t_0$ ,  $X_0^{(15)} = X_{\tau^{(14)}}^{(14)}$ ,  $\tau^{(14)} = \inf\{t: t > t_0, X_t^{(14)} = 0\}$ ,  $t_1, t_0$  – указанные сроки выполнения работы.

Примененные принципы системы «almost just-in-time» в математической модели процесса проектирования блока контроля обогрева самолёта позволяют проконтролировать своевременность и последовательность выполнения операций, тем самым показав эффективность выполнения разработки системы.

Считается, что отказы и срывы сроков, появляющиеся при выполнении операции вне зависимости от этапов разработки, являются событиями независимыми.

Также следует заметить, что если не все блоки, входящие в систему, удовлетворяют поставленным срокам, то вся система будет соответствовать процессу «почти точно в срок».

Последний этап «Изготовление опытных образцов для самолёта комплекта» представляет собой процесс  $X^{(16)} = (X_t^{(16)})_{t \geq 0}$  и описывается выражением

$$X_t^{(16)} = \{c^{(16)} \cdot X_t^{(15)} \cdot I\{a_{15} \leq t \leq b_{15}\}, \quad (6)$$

где  $I$  – определенная выше индикаторная функция, проверяющая выполнение процесса  $X^{(16)} = (X_t^{(16)})_{t \geq 0}$  в указанные сроки  $a_{15}$  и  $b_{15}$ ,  $c^{(16)} > 0$  – константа.

Все процессы, рассматриваемые в работе, являются точечными процессами, отсчитывающими количество обработок заявок на выполнение блоков.

## Заключение

Таким образом, основным результатом работы является математическое описание процесса выполнения разработки системы «почти точно в срок» общего вида, что позволит в дальнейшем провести компьютерное имитационное моделирование, проанализировать и оценить результативные системы с многостадийными процессами выполнения операций в терминах точечных процессов. Данная построенная модель способствует рассмотрению её поведения при различных значениях коэффициентов с отличающимися исходами событий. Полезными и интересными представляются дальнейшие исследования, ведь получив статистически обоснованные оценки общих показателей разработок, на основе данной

математической модели, позволит существенно снизить сроки и оптимизировать процесс разработки системы, тем самым даст возможность получить экономическую выгоду от разрабатываемой системы.

## Список литературы

1. Федосеева Г.А. *Приборное оборудование самолета Ан-124 и его эксплуатации*: учеб. пособие. Ульяновск: УВАУГА, 2004. 218с.
2. Sugimori Y. Toyota production system and kanban system materialization of just-in-time and respect-for-human system // *The International Journal of Production Research*. 1977, № 15(6), p. 553-564. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207547708943149>
3. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. *Теория мартигалов*. М.: Наука, 1986.
4. Бутов А. А., Леушкина Т. С., Сулейманов И. Р. Вероятность отказа блока контроля обогрева ввремя полета и ее последствия // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2021, т. 23, № 4, с. 103-110.
5. Жакод Ж., Ширяев А.Н. *Предельные теоремы для случайных процессов*. Том 1. М.: Физматлит, 1994.
6. Butov A.A., Kovalenko A.A. Stochastic models of just-in-time systems and windows of vulnerability in terms of the processes of birth and death // *J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.* 2019, v. 23, no. 3, p. 525–540.
7. Butov A.A. Random walks in random environments of a general type // *Stochastics and Stochastic Reports*. 1994, v. 48, iss. 3-4, p. 145-160. DOI: <https://doi.org/10.1080/17442509408833904>.
8. Бутов А. А., Волков М. А., Голованов В. Н., Коваленко А. А., Костишко Б. М., Самойлов Л. М. Математическое моделирование основных классов стохастических продуктивных систем // *Инженерные технологии и системы*. 2019, т. 29, № 4, с. 496–509. DOI: <https://doi.org/10.15507/2658-4123.029.201904.496-509>.

## Mathematical description of the design model of the aircraft heating control unit based on the “almost just in time” system

*Suleymanov, I. R. \*, Leushkina, T. S.*

[ilmazsuleimanov@yandex.ru](mailto:ilmazsuleimanov@yandex.ru)

Ulyanovsk State university, Ulyanovsk, Russia

Mathematical modeling of systems development processes in the aircraft manufacturing enterprise today is the basis for forecasting and evaluating the fulfillment of the assigned tasks within the specified time frame.

This paper considers a mathematical model for designing an aircraft heating control unit based on multi-stage processes for performing operations in stochastic productive systems using the almost just-in-time system.

Also in this paper, we consider the problem of constructing and studying a mathematical model that is subject to random perturbations of a productive system. One of the most important special cases is the system for performing the operation "almost just in time".

The purpose of this paper is to provide an approach to a stochastic description of the aircraft heating control unit design process that would be suitable for both analytical methods and computer simulations.

**Keywords:** *mathematical modeling, simulation modeling, stochastic productive system, "almost just-in-time" system, execution of operations, heating control unit.*