



Ссылка на статью:

// Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. 2023, № 1, с. 1-5.

Поступила: 29.03.2023

Окончательный вариант: 14.05.2023

© УлГУ

УДК 519.87 + 004.9 + 573.2

## Математическая и компьютерная модель долгосрочного процесса сопровождения информационной системы

Бутов А. А., Максимов И. А.\*

\*[vano10229922@gmail.com](mailto:vano10229922@gmail.com)

УлГУ, Ульяновск, Россия

---

Рассматривается математическая модель процесса сопровождения информационной системы в терминах систем массового обслуживания (СМО). Основным отличием от классических моделей СМО является наличие множества интенсивностей, характеризующих каждый месяц - исходя из этого, процесс является долгосрочным. Также построена компьютерная модель и проведен анализ ее параметров.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, компьютерное моделирование, интенсивность, система массового обслуживания, компенсатор.

---

### Введение

Автоматизация процессов, происходящих в торговле, государственном управлении, медицине, экономике способствует тому, что большинство работников становятся пользователями различных сервисов, будь то предоставление отчетности, выписка больничных листов, оформление интернет-заказов и др. Каждый сервис требует сопровождения (поддержки), поэтому всегда формируется группа, которая нацелена на работу с обращениями пользователей и решение возникающих у них проблем.

При исследовании процессов сопровождения информационных систем в большинстве случаев возникает необходимость анализа динамики поступления обращений пользователей, например, в течение года, с целью прогноза поступления заявок в последующие периоды. Так, в системах, нацеленных на сбор отчетности, данные предоставляются с разной периодичностью: ежегодной, полугодовой, квартальной или ежемесячной. В начале указанных периодов наблюдается повышение активности пользователей, так как предоставление отчетности становится доступным после окончания предыдущего периода и

имеет регламентные сроки, в связи с этим нагрузка на систему возрастает – в начале года она максимальна, ввиду совокупности всех периодичностей, в середине года она снижается, и достигает минимума в те периоды, когда предоставляется только ежемесячная отчетность. Исходя из этого, сотрудникам следует планировать отпуска, чтобы эффективность работы не снижалась в течение года.

В общем представлении процесс сопровождения информационной системы является трехканальной системой массового обслуживания, так как имеются три группы, обслуживающие заявки:

1. Первая линия – осуществляет регистрацию обращения и предоставление типового решения;
2. Вторая линия – осуществляет углубленный анализ проблемы;
3. Третья линия – группа разработки системы, решение технических проблем

В данной работе рассматривается динамика поступления заявок в течение года на примере второй линии.

## 1. Математическая модель

Рассмотрим стохастический базис  $\mathbf{B} = (\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{F} = (F_t)_{t \geq 0}, \mathbf{P})$  [1, 2, 4], на котором определим точечные процессы  $A^i = (A_t^i)_{t \geq 0}$ ,  $D^i = (D_t^i)_{t \geq 0}$ ,  $i = 1, \dots, 12$  (см. [3]), то есть для любого  $t \geq 0$  значения процессов  $A_t^i, D_t^i \in \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ , траектории являются кусочно-постоянными и переходы в следующие состояния возможны только на ноль или единицу, то есть справедливо следующее:

$$\Delta A_t^i = A_t^i - A_{t-}^i \in \{0, 1\},$$

$$\Delta D_t^i = D_t^i - D_{t-}^i \in \{0, 1\}.$$

Предположим, что входной поток заявок, поступающий в систему, является пуассоновским (или марковским) с постоянной интенсивностью  $\lambda_i > 0$  для каждого месяца (см. [1, 4, 7] и литературу в них), введем также  $\mu_i > 0$  - интенсивности обслуживания и  $n_i \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$  – число сотрудников, участвующих в обработке заявок в течение месяца. Балансовое соотношение для  $i$ -го месяца можно записать в следующем виде (см. [1, 2, 4]):

$$Q_t^{(i)} = A_t^i - D_t^i, \tag{1}$$

где компенсаторы процессов определяются, согласно теореме Дуба-Мейера:

$$\tilde{A}_t^i = \lambda_i \cdot t, \tag{2}$$

$$\tilde{D}_t^i = \int_0^t I\{Q_s^{(i)} > 0\} \cdot \mu_i \cdot n_i ds; \mu_i > 0, \tag{3}$$

Для анализа динамики поступления заявок в систему в течение года удобнее всего использовать эмпирическое среднее. Эмпирическое среднее строится по следующему алгоритму:

$$E^{(N)}X_t = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_t^{(j)} \quad (4)$$

где  $N$  – число траекторий в  $i$ -м месяце.

Таким образом, загруженность системы в  $i$ -м месяце определяется выражением (1),  $Q_t^{(i)}$  – число заявок в системе (сумма заявок, находящихся в очереди и на обслуживании). СМО является марковской [5] и она относится к классу  $M/M/n_i$ , то есть с пуассоновским входным потоком, показательным временем обслуживания и  $n_i$  обслуживающими приборами.

## 2. Компьютерная модель

Ввиду того, что компенсаторы процессов абсолютно непрерывны, справедливы следующие инфинитезимальные соотношения для условных вероятностей скачков (при  $\Delta \rightarrow 0$ ), которые используются при имитационном моделировании (см. [3, 6]):

$$P\{A_{t+\Delta}^i - A_t^i = 1 | F_t\} = \lambda_i \cdot \Delta + o(\Delta), \quad (4)$$

$$P\{D_{t+\Delta}^i - D_t^i = 1 | F_t\} = I\{Q_t^{(i)} > 0\} \cdot \mu_i \cdot n_i \cdot \Delta + o(\Delta). \quad (5)$$

Для анализа СМО были выбраны параметры, полученные в ходе наблюдения за процессом сопровождения государственной автоматизированной системы (ГАС) «Управление», спецификой которой является осуществление информационной открытости путем автоматизированного сбора отчетности и вывода ее в аналитические отчеты по государственным и муниципальным услугам, документам стратегического планирования, государственного и частного партнерства, национальным проектам и национальным целям, и многим другим сферам государственного управления [8]. С целью удобства и скорости моделирования параметры вводятся в компьютерной модели с помощью текстового файла.

Файл	Правка	Формат	Вид	Справка							
9	11	14	13	14	10	12	8	6	10	9	11
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
4	4	8	8	8	4	4	3	7	8	8	8

Рис. 1. Структура текстового файла.

В данном файле первой строкой вводятся интенсивности поступления заявок по каждому месяцу. Интенсивность обслуживания предполагается постоянной, поскольку считается, что каждый сотрудник обрабатывает заявки с одинаковой интенсивностью: при этом интенсивности могут повышаться (если сотрудники «набираются опыта»), или же уменьшаться (если приоритет ставится на решении аналитических задач или на работу приняты

новые сотрудники). Третьей строкой вводится число сотрудников для каждого месяца (сезоны отпусков – начало года и середина года).

Результат моделирования с использованием параметров, приведенных на рис. 1, представлен на рис. 2.

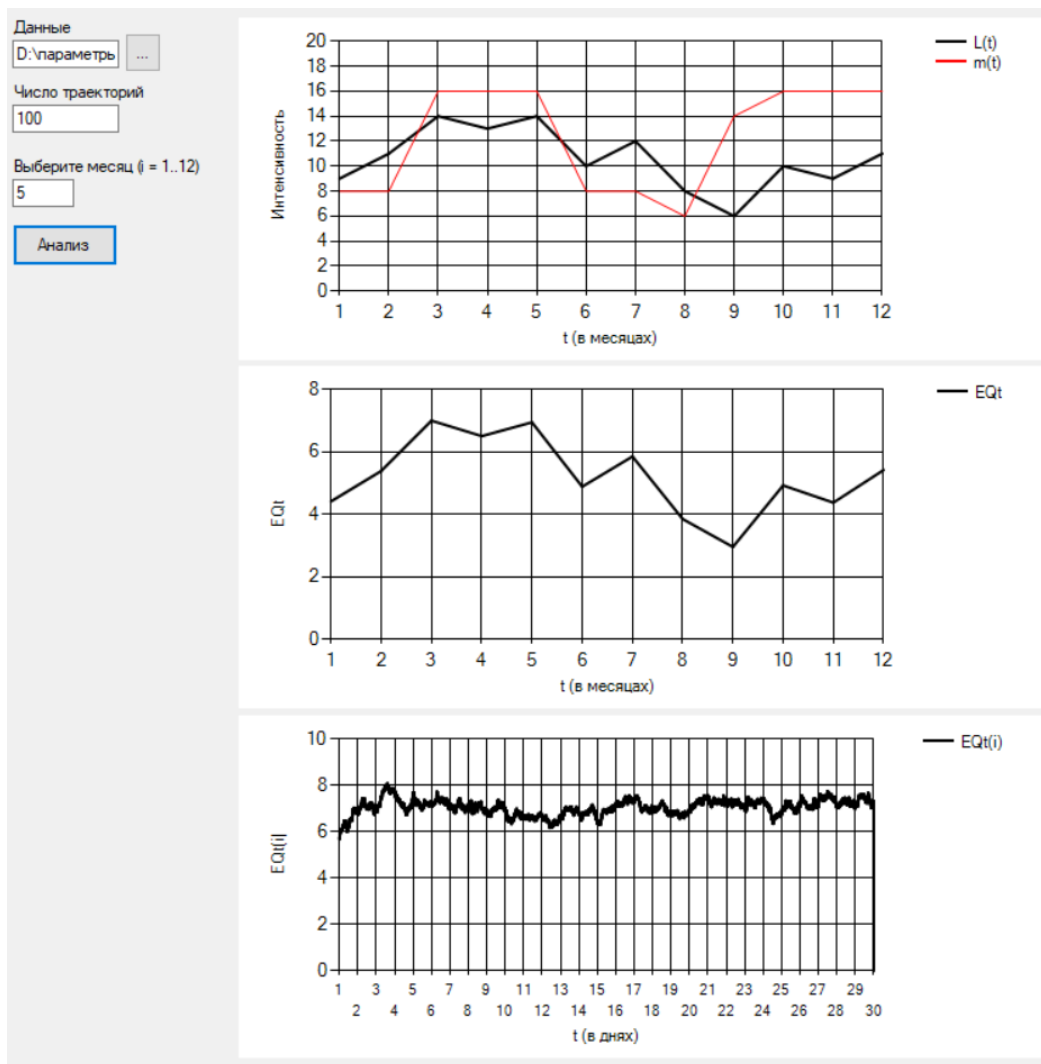


Рис. 2. Результат моделирования

На первом графике наглядно представлены интенсивности поступления заявок и обслуживания по каждому месяцу, на втором графике – динамика очереди в течение года, полученная усреднением среднего числа заявок в очереди по дням.

Чтобы рассмотреть среднее число заявок в очереди в определенный месяц, необходимо ввести число от 1 до 12, результатом является третий график.

В результате моделирования наблюдается повышенная нагрузка на систему в первой половине года, что может быть связано с активностью пользователей, направляющих заявки. Нагрузка снижается в летние месяцы, ввиду наступления сезона отпусков, далее она снова увеличивается.

### 3. Выводы

Представленные в работе описания являются мартингальными. Поэтому они позволяют осуществлять простую алгоритмизацию для задач компьютерного моделирования.

Динамика очереди в течение года рассматривается при построении эмпирической оценки среднего числа заявок для каждого месяца. Заметим, что полученные результаты моделирования согласуются с данными, полученными при наблюдении за процессом сопровождения в течение года. Рассмотренная модель может применяться при анализе динамики поступления и обслуживания заявок в течение года во многих сферах деятельности.

#### Список литературы

1. Бутов А. А. *Теория случайных процессов и ее дополнительные главы: учебное пособие. Ч. 1: Введение в стохастическое исчисление.* Ульяновск: УлГУ, 2016.
2. Бутов А. А. *Теория случайных процессов и ее дополнительные главы: учебное пособие. Ч. 2: Случайное блуждание, винеровский процесс, стохастический интеграл, диффузионные процессы.* Ульяновск: УлГУ, 2021.
3. Бутов А. А., Волков М. А., Санников И. А. *Технология имитационного стохастического моделирования: учебно-методическое пособие.* Ульяновск: УлГУ, 2006.
4. Бутов А. А., Раводин К. О. *Теория случайных процессов: учебное пособие.* Ульяновск: УлГУ, 2009.
5. Бутов А. А., Савинов Ю. Г. *Теория массового обслуживания: учебно-методическое пособие.* Ульяновск: УлГУ, 2007.
6. Кельтон В., Лоу А. *Имитационное моделирование. Классика CS.* 3-е изд. СПб.: Питер, 2004.
7. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. *Теория мартингалов.* М.: Наука, 1986.
8. *Информация о ГАС «Управление».* Открытая часть портала. Режим доступа: <https://gasu.gov.ru/about> (дата обращения 14.05.2023)

## Mathematical model and simulation of long-term support of the information system

**Butov, A. A., Maksimov, I. A.\***

\* [vano10229922@gmail.com](mailto:vano10229922@gmail.com)

Ulyanovsk State University, Russia

A mathematical model of the information system support process in terms of queuing systems (QS) is considered. The main difference from the classical QS models is the presence of many intensities that characterize each month - based on this, the process is long-term. A simulation model is also designed and its parameters are analyzed.

**Keywords:** *mathematical model, simulation, intensity, queuing system, compensator*