



Ссылка на статью:

// Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. 2023, № 1, с. 6-12.

Поступила: 23.11.2022

Окончательный вариант: 27.02.2023

© УлГУ

УДК 519.87 + 004.9 + 573.2

Модель сопровождения информационной системы в терминах систем массового обслуживания

Бутов А. А., Максимов И. А.*

[*vano10229922@gmail.com](mailto:vano10229922@gmail.com)

УлГУ, Ульяновск, Россия

В работе рассматривается математическая модель сопровождения информационной системы. Процесс сопровождения описывается как многостадийная система массового обслуживания; рассматривается влияние высоких и низких интенсивностей. Построена компьютерная модель и проведен анализ влияния ее параметров.

Ключевые слова: математическое моделирование, компьютерное моделирование, интенсивность, система массового обслуживания, компенсатор

Введение

С развитием технологий наблюдается их проникновение во многие сферы деятельности. Автоматизация процессов, происходящих в торговле, государственном управлении, медицине, экономике способствует тому, что большинство работников становятся пользователями различных сервисов, будь то предоставление отчетности, выписка больничных листов, оформление интернет-заказов, и других. Каждый сервис требует сопровождения (поддержки), ввиду этого всегда формируется группа, которая нацелена на работу с обращениями пользователей и решение возникающих у них проблем.

Группа сопровождения зачастую составляется по общим принципам. Важным из них является наличие call-центра, который регистрирует обращения пользователей по электронной почте или посредством телефонной связи и предоставляет решения тривиальных проблем, не требующие, например, обращения к базе данных или сервисам администрирования. Если колл-центр не может справиться с проблемой, то направляет обращение на команду непосредственно сопровождения, которая решает её на своей стороне и предо-

ставляет решение. Если в решении проблемы требуется привлечение разработчиков (устранение аварий, технические сбои в программном обеспечении), то сопровождение направляет обращение на команду разработки, которая предоставляет окончательное решение. В таком представлении сопровождение проекта является трехканальной системой массового обслуживания.

1. Математическая модель

Работа с заявками на обслуживание, поступающими от пользователей, состоит из трех этапов, каждый из которых в рамках обслуживания системы называется линией.

Первой линией считается единый контактный центр (ЕКЦ), который организован на стороне заказчика системы. ЕКЦ осуществляет первичную регистрацию заявок, поступающие путем телефонной связи, или электронной почты и состоит из множества подразделений для обеспечения круглосуточной регистрации заявок, поскольку в стране разные часовые пояса.

После первичной регистрации обращения, в случае если ЕКЦ принимает решение не обрабатывать запрос на своей стороне, или его пользователь возвращает на доработку (то есть обращение поступает повторно, когда решение проблемы не помогает), оно переходит на вторую линию, а именно – непосредственно на группу сопровождения.

Если команда сопровождения решить проблему не в состоянии (например, когда происходит технический сбой, авария, ошибка в программном обеспечении), она переводит обращение на третью линию – к разработчикам системы.

Рассмотрим стохастический базис $\mathbf{B} = (\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{F} = (F_t)_{t \geq 0}, \mathbf{P})$ [1, 2, 4], на котором определим точечные процессы $A = (A_t)_{t \geq 0}$, $B = (B_t)_{t \geq 0}$ и $E = (E_t)_{t \geq 0}$ (см. [2]), то есть для любого $t \geq 0$ значения процессов $A_t, B_t, E_t \in \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$, траектории являются кусочно-постоянными и переходы в следующие состояния возможны только на нуль или единицу:

$$\Delta A_t = A_t - A_{t-} \in \{0, 1\},$$

$$\Delta B_t = B_t - B_{t-} \in \{0, 1\},$$

$$\Delta E_t = E_t - E_{t-} \in \{0, 1\}.$$

Предположим, что входной поток заявок, поступающий на первую линию, является пуассоновским (или марковским) с постоянной интенсивностью $\lambda > 0$ (см. [1], [3], [6] и литературу в них). Обслуживание на первой линии выполняется двумя путями: переводом заявки на вторую линию (процесс B) и предоставлением решения по ней (т.е. выходом заявки из системы – процесс E). Балансовое соотношение для первой линии обслуживания можно записать в следующем виде (см. [1, 3]):

$$Q_t^{(1)} = A_t - B_t - E_t, \quad (1)$$

где компенсаторы процессов определяются, согласно теореме Дуба-Мейера:

$$\tilde{A}_t = \lambda \cdot t, \quad (2)$$

$$\tilde{B}_t = \int_0^t I\{Q_s^{(1)} > 0, \Delta E_s = 0\} \cdot \mu^B ds; \mu^B > 0, \quad (3)$$

$$E_t = \int_0^t I\{Q_s^{(1)} > 0, \Delta B_s = 0\} \cdot \mu^E ds; \mu^E > 0. \quad (4)$$

Аналогичным образом определяется балансовое соотношение для второй линии обслуживания: здесь входным потоком является процесс B – процесс переведенных заявок с первой линии. Заявка на второй линии так же может быть решена, и покидает систему, либо переходит на третью линию к разработчикам. Таким образом, определив на \mathbf{B} еще два точечных процесса, $C = (C_t)_{t \geq 0}$ и $F = (F_t)_{t \geq 0}$ – процессы перевода заявки на третью линию и выхода из системы на второй линии соответственно, запишем балансовое соотношение для второй линии обслуживания:

$$Q_t^{(2)} = B_t - C_t - F_t, \quad (5)$$

где компенсатор процесса B определяется выражением (3), а компенсаторы процессов C и F могут быть представлены аналогично:

$$\tilde{C}_t = \int_0^t I\{Q_s^{(2)} > 0, \Delta F_s = 0\} \cdot \mu^C ds; \mu^C > 0, \quad (6)$$

$$\tilde{F}_t = \int_0^t I\{Q_s^{(2)} > 0, \Delta C_s = 0\} \cdot \mu^F ds; \mu^F > 0. \quad (7)$$

На третьей линии по заявке предоставляется окончательное решение, поэтому балансовое соотношение запишется как разность двух процессов: процесса переведенных заявок со второй линии и процесса выполнения.

Введем точечный процесс $D = (D_t)_{t \geq 0}$, тогда:

$$Q_t^{(3)} = C_t - D_t, \quad (8)$$

и компенсатор процесса D определим в виде (9), как зависимость от уже присутствующих заявок в очереди:

$$\tilde{D}_t = \int_0^t I\{Q_s^{(3)} > 0\} \cdot \mu^D \cdot Q_t^{(3)} ds; \mu^D > 0. \quad (9)$$

Схема процесса сопровождения приведена на рис. 1.

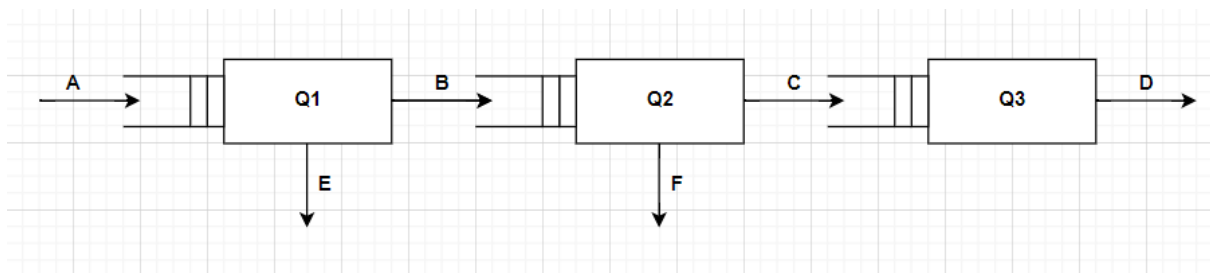


Рис. 1. Схема процесса сопровождения

Здесь $Q_t^{(i)}$ – число заявок на i -ой линии (сумма заявок, находящихся в очереди и на обслуживании), $i = 1, 2, 3$. СМО является марковской [4]: первая и вторая линия могут быть отнесены к системе M/M/1, то есть с пуассоновским входным потоком, показательным временем обслуживания и одним обслуживающим прибором, при этом очередь бесконечна (согласно обозначениям Кендалла-Ли). Третья линия относится к системе M/M/∞.

Таким образом, модель сопровождения состоит из трех балансовых соотношений: (1), (5) и (8), каждое из которых характеризует свою линию обслуживания, и последующие линии обслуживания зависят от предыдущих, при определенном пуассоновском потоке заявок, поступающих на первую линию с постоянной интенсивностью.

2. Представление компьютерной модели и анализ ее параметров

Ввиду того, что компенсаторы процессов абсолютно непрерывны, справедливы следующие инфинитезимальные соотношения для условных вероятностей скачков (при $\Delta \rightarrow 0$), которые используются при имитационном моделировании (см. [2] и [5]):

$$P\{A_{t+\Delta} - A_t = 1 | F_t\} = \lambda \cdot \Delta + o(\Delta),$$

$$P\{B_{t+\Delta} - B_t = 1 | F_t\} = I\{Q_t^{(1)} > 0, E_{t+\Delta} - E_t = 0\} \cdot \mu^B \cdot \Delta + o(\Delta).$$

$$P\{E_{t+\Delta} - E_t = 1 | F_t\} = I\{Q_t^{(1)} > 0, B_{t+\Delta} - B_t = 0\} \cdot \mu^E \cdot \Delta + o(\Delta).$$

$$P\{C_{t+\Delta} - C_t = 1 | F_t\} = I\{Q_t^{(2)} > 0, F_{t+\Delta} - F_t = 0\} \cdot \mu^C \cdot \Delta + o(\Delta).$$

$$P\{F_{t+\Delta} - F_t = 1 | F_t\} = I\{Q_t^{(2)} > 0, C_{t+\Delta} - C_t = 0\} \cdot \mu^F \cdot \Delta + o(\Delta).$$

$$P\{D_{t+\Delta} - D_t = 1 | F_t\} = I\{Q_t^{(3)} > 0\} \cdot \mu^D \cdot Q_t^{(3)} \cdot \Delta + o(\Delta).$$

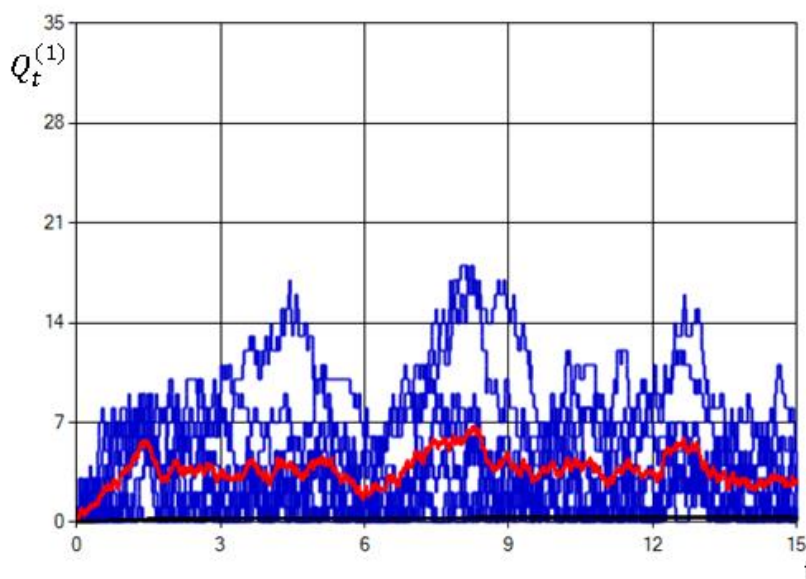


Рис. 2. График очереди для первой линии системы с построением 10 траекторий при $\lambda = 12$, $\mu^B = 7$, $\mu^E = 7$, $\mu^C = 5$, $\mu^F = 10$, $\mu^D = 6$

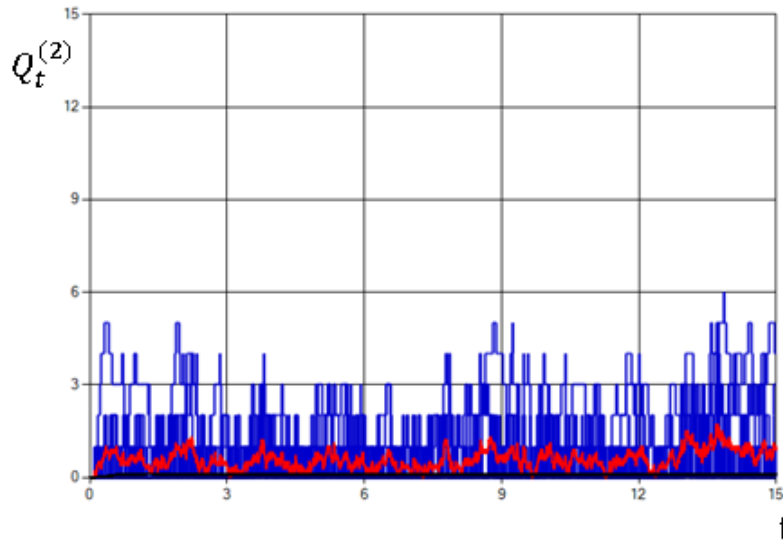


Рис. 3. График очереди для второй линии системы с построением 10 траекторий при $\lambda = 12, \mu^B = 7, \mu^E = 7, \mu^C = 5, \mu^F = 10, \mu^D = 6$

Результат моделирования при $\lambda = 12, \mu^B = 7, \mu^E = 7, \mu^C = 5, \mu^F = 10, \mu^D = 6$ приведен на рис. 2, 3 и 4. При заданных параметрах наблюдается стабильность в поведении системы, что подтверждается эмпирическим средним (траектория, обозначенная красным цветом).

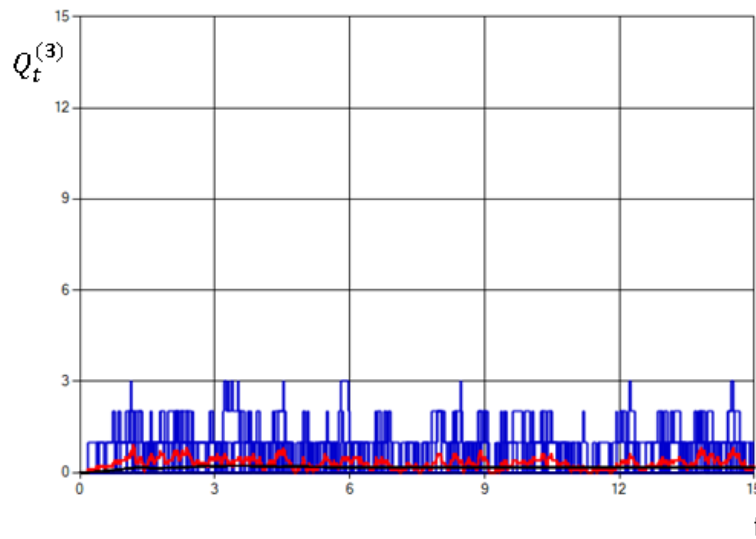


Рис. 4. График очереди для третьей линии системы с построением 10 траекторий при $\lambda = 12, \mu^B = 7, \mu^E = 7, \mu^C = 5, \mu^F = 10, \mu^D = 6$

При изменении интенсивностей обслуживания: $\lambda = 12, \mu^B = 7, \mu^E = 4, \mu^C = 3, \mu^F = 4, \mu^D = 6$ наблюдается несколько иная картина для первой и второй линии обслуживания. Интенсивность обслуживания заявок на первой линии μ^E снижена, ввиду этого

большое количество заявок уходит на вторую линию, и возникает избыточная нагрузка системы:

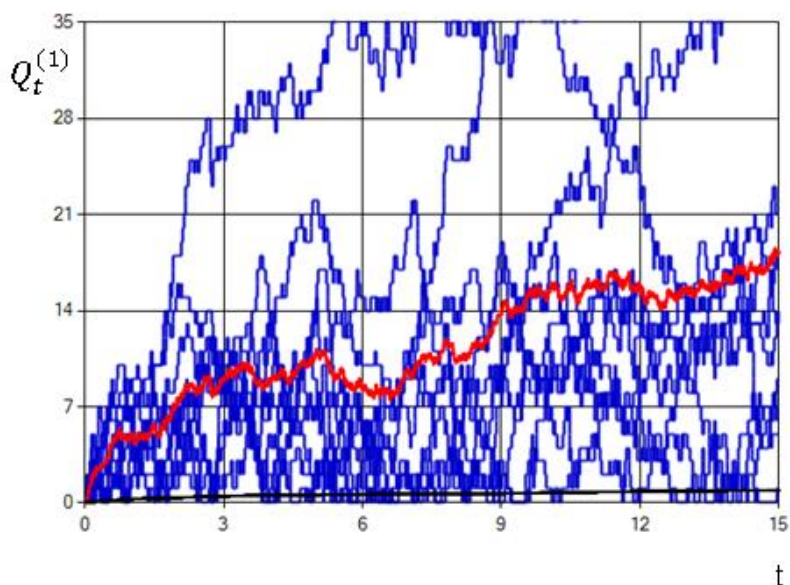


Рис. 5. График очереди для первой линии системы с построением 10 траекторий при $\lambda = 12$, $\mu^B = 7$, $\mu^E = 4$, $\mu^C = 3$, $\mu^F = 4$, $\mu^D = 6$

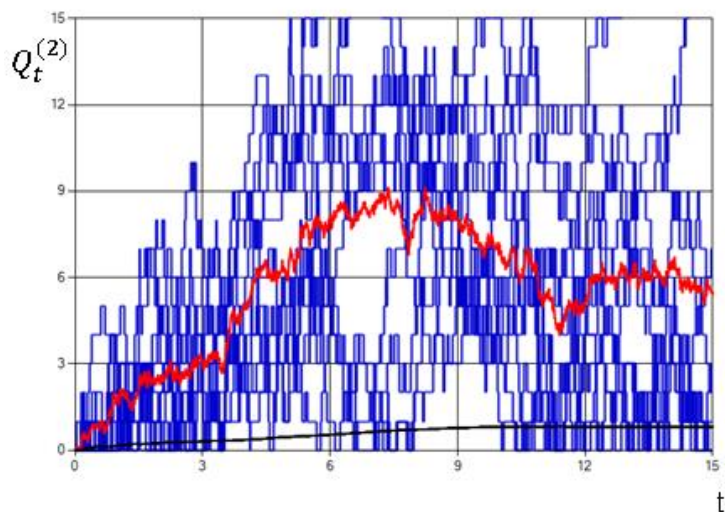


Рис. 6. График очереди для второй линии системы с построением 10 траекторий при $\lambda = 12$, $\mu^B = 7$, $\mu^E = 4$, $\mu^C = 3$, $\mu^F = 4$, $\mu^D = 6$

Отметим, что представленные в работе значения интенсивностей поступления заявок в систему и их обслуживания согласуются с реальными данными, полученными в ходе наблюдения за процессом сопровождения государственной информационной системы в различные периоды времени, а именно: во время штатной работы информационной системы и во время аварийных ситуаций, связанных с техническими сбоями.

Выводы

Анализ того, как система ведет себя в зависимости от изменения параметров, проведен при построении эмпирических оценок среднего времени нахождения заявок в очереди и среднего числа заявок в очереди для каждой линии обслуживания. Так, при равномерном распределении параметров для каждой линии обслуживания система в целом находится в стабильном состоянии и чрезмерной нагрузки не наблюдается. При изменении параметров с акцентом на некоторую линию обслуживания начинается нарушение баланса на других линиях, поэтому подбор такого распределения нагрузки, при котором накопление очередей будет минимизировано, является актуальной задачей.

Представленная модель может применяться при анализе работоспособности широкого круга информационных систем: медицинских, государственных, банковских и многих других. Все представленные в работе описания актуальны и являются предметом дальнейшего исследования, а также возможно формирование широкого круга задач.

Список литературы

1. Бутов А.А. *Теория случайных процессов и ее дополнительные главы: учебное пособие*. Ч. 1: Введение в стохастическое исчисление. Ульяновск: УлГУ, 2016.
2. Бутов А.А., Волков М.А., Санников И.А. *Технология имитационного стохастического моделирования: учебно-методическое пособие*. Ульяновск: УлГУ, 2006.
3. Бутов А.А., Раводин К.О. *Теория случайных процессов: учебное пособие*. Ульяновск: УлГУ, 2009.
4. Бутов А.А., Савинов Ю.Г. *Теория массового обслуживания: учебно-методическое пособие*. Ульяновск: УлГУ, 2007.
5. Кельтон В., Лоу А. *Имитационное моделирование. Классика CS*. 3-е изд. СПб.: Питер, 2004.
6. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. *Теория мартингалов*. М.: Наука, 1986.

Model of information system support in terms of queuing systems

Butov, A. A., Maksimov, I. A. *

* vano10229922@gmail.com

Ulyanovsk State University, Russia

The paper studies a mathematical model of information system support. The support process is described as a multi-stage queuing system; the influence of high and low intensities is studied. A computer model is designed and an analysis of the influence of its parameters is carried out.

Keywords: *mathematical modeling, simulation, intensity, queuing system, compensator*