



Ссылка на статью:

// Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. 2023, № 1, с. 35-45.

Поступила: 24.05.2023

Окончательный вариант: 30.05.2023

© УлГУ

УДК 519.[8+6]

Улучшение решения задачи коммивояжера с помощью квантовых вычислений: анализ и результаты

Козихин И. А.

Kozihin1@mail.ru

УлГУ, Ульяновск, Россия

В работе рассматриваются принципы работы, преимущества и потенциальные проблемы квантовых компьютеров. Изучается история и развитие квантовых компьютеров, а также их применение в различных областях. Изучены основные принципы и преимущества квантовых компьютеров перед классическими на примере задачи коммивояжера. Обсуждаются возможности будущего развития квантовых компьютеров, потенциальные проблемы и влияние на современную науку и технологии.

Ключевые слова: квантовые компьютеры, принципы работы, практическое применение, перспективы развития

Введение

Квантовые компьютеры представляют собой перспективное и мощное развитие в области вычислительных технологий, которое обещает принципиально изменить подход к решению сложных и время затратных задач. В последние годы мировое научное сообщество продемонстрировало значительный интерес к этой сфере, что стимулировало активное развитие квантовых вычислений и привело к созданию экспериментальных квантовых компьютеров с ограниченными возможностями. Этот рост внимания вызван потенциальными возможностями квантовых компьютеров для решения задач, которые недостижимы для классических компьютеров или требуют слишком больших временных затрат.

Тем не менее, квантовые компьютеры еще находятся на раннем этапе развития и сталкиваются с рядом технических проблем и ограничений, которые необходимо преодолеть для создания полноценных и практически применимых квантовых вычислительных систем. Ключевыми проблемами в этой области являются чувствительность квантовых компьютеров к внешним факторам, ошибки и шум, а также масштабируемость и стабильность квантовых компьютеров.

Цель работы – дать обзор основных принципов работы квантовых компьютеров, исследование их применимости в задаче коммивояжера и анализ полученных результатов. Статья также обсуждает текущие направления исследований и разработок в области квантовых вычислений, а также представляет перспективы для будущего развития этой инновационной технологии.

1. История и развитие квантовых компьютеров

Квантовые компьютеры, предложенные Ричардом Фейнманом в 1982 году, стали объектом интенсивных исследований и разработок. С течением времени и улучшением технологий, квантовые компьютеры достигли значительных прорывов, предлагая новые возможности и перспективы.

Важным этапом в развитии квантовых компьютеров стал алгоритм Шора, предложенный Питером Шором в 1994 году [1]. Он открыл путь к решению сложных задач факторизации чисел, что является задачей непостижимой для классических компьютеров. Этот прорыв показал потенциал квантовых вычислений и привлек большой интерес исследователей по всему миру.

В последние годы мы наблюдаем значительные успехи в области квантовых вычислений (рис. 1). В 2019 году Google объявила о достижении «квантового превосходства» с помощью своего 53-кубитного квантового компьютера Sycamore. Это означает, что квантовый компьютер может решить задачу, которая недостижима для классических компьютеров или требует огромного времени для решения [2].

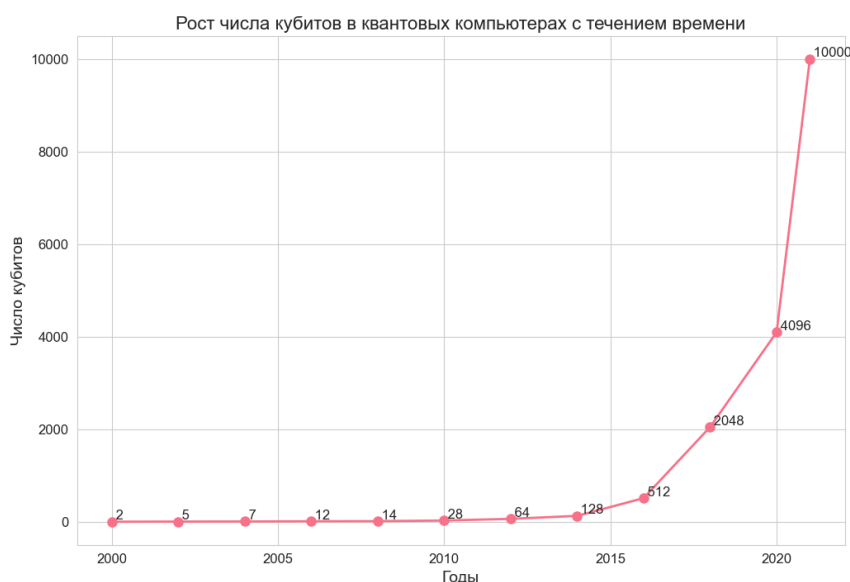


Рис 1. Рост числа кубитов в квантовых компьютерах с течением времени.
Составлено по данным из [2]

Современные исследования и разработки в области квантовых вычислений продолжаются, и ученые стремятся преодолеть технические ограничения и создать более мощ-

ные и эффективные квантовые компьютеры. Новые архитектуры, материалы и методы, такие как топологические кубиты, квантовые точки и квантовые нейронные сети, обещают привести к новым прорывам в этой области.

Однако необходимо отметить, что квантовые компьютеры не заменят классические компьютеры во всех аспектах. Они будут использоваться в сочетании с классическими компьютерами для решения определенных задач, где они могут проявить свои преимущества. Параллельно с развитием квантовых компьютеров возникают новые проблемы, такие как квантовая безопасность и криптография. Исследователи активно работают над разработкой новых квантово-устойчивых криптосистем и протоколов, чтобы обеспечить безопасность в эпоху квантовых вычислений.

В целом, квантовые компьютеры представляют собой инновационный инструмент, который может открыть новые горизонты в вычислительной науке. Однако перед нами стоят технические и научные вызовы, которые необходимо преодолеть, чтобы сделать квантовые компьютеры доступными и применимыми в широком масштабе.

2. Классические и квантовые алгоритмы в квантовых компьютерах

Одной из основных особенностей квантовых компьютеров является возможность использования квантовых алгоритмов, которые отличаются алгоритмов, используемых в классических компьютерах. Классические алгоритмы оперируют с битами и основываются на логических операциях, таких как сложение, вычитание и умножение. В отличие от этого, квантовые алгоритмы используют кубиты и квантовые операции, которые могут быть выполнены одновременно над несколькими состояниями.

Квантовые алгоритмы предоставляют ряд преимуществ перед классическими алгоритмами в определенных задачах. Например, алгоритм Шора, предложенный Питером Шором, является квантовым алгоритмом для факторизации чисел. Этот алгоритм может быть выполнен на квантовом компьютере гораздо быстрее, чем классический алгоритм, и позволяет эффективно решать задачи, связанные с криптографией и безопасностью.

Однако квантовые алгоритмы хороши не для всех задач. В некоторых случаях классические алгоритмы остаются более эффективными или даже оптимальными. Поэтому на практике обычно применяется гибридный подход, который комбинирует преимущества классических и квантовых алгоритмов.

Для реализации квантовых алгоритмов в квантовых компьютерах используются различные инструменты и технологии. Наиболее распространенным подходом является использование сверхпроводниковых кубитов, которые обладают долгим когерентным временем и могут быть легко масштабированы на большие квантовых системы (рис. 2).

Кроме того, существуют и другие архитектуры квантовых компьютеров, такие как топологические кубиты, квантовые точки, квантовые аннелирователи и квантовые нейронные сети. Исследователи активно работают над разработкой новых технологий и методов, чтобы преодолеть технические ограничения и повысить производительность квантовых компьютеров.

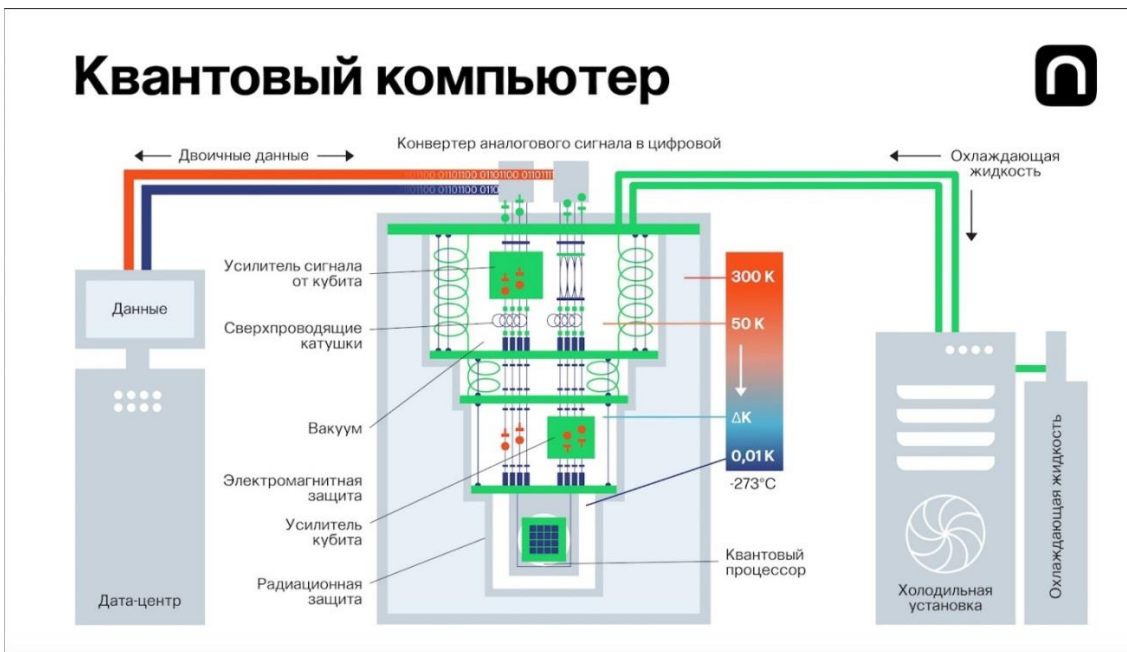


Рис 2. Схематическое изображение квантового компьютера на основе сверхпроводящих кубитов (см. [3])

3. Преимущества квантовых компьютеров

Квантовые компьютеры представляют собой перспективную технологию, которая может значительно улучшить вычислительные возможности в сравнении с классическими компьютерами. Рассмотрим основные преимущества квантовых компьютеров:

1. Ускорение вычислений: Благодаря принципам квантовой суперпозиции и запутанности, квантовые компьютеры способны одновременно обрабатывать множество состояний и выполнять параллельные вычисления с высокой скоростью. Это позволяет им решать некоторые задачи, которые классическим компьютерам требуют непомерно большого времени (табл. 1).

Таблица 1. Сравнительные данные времени работы. Составлено по данным из [4]

Задача	Время решения классическим компьютером	Время решения квантовым компьютером
Разложение на множители	10^8 лет	100 секунд
Поиск неупорядоченного	10^6 лет	10 секунд

2. Решение сложных оптимизационных задач: Квантовые компьютеры могут найти оптимальное решение сложных задач, таких как задачи коммивояжера или задачи о рюкзаке, быстрее и эффективнее, чем классические компьютеры.
3. Энергоэффективность: Возможность проведения параллельных вычислений на квантовом компьютере снижает энергетические потребности для выполнения сложных задач. Это может привести к снижению энергетических затрат и умень-

шению воздействия на окружающую среду, что является важным аспектом устойчивого развития [4].

4. **Области применения:** Квантовые компьютеры имеют возможность революционизировать множество отраслей, таких как фармацевтика, материаловедение и искусственный интеллект. Их способность моделировать квантовые явления и проводить сложные вычисления может способствовать созданию новых лекарств, разработке новых материалов и улучшению алгоритмов машинного обучения.
5. **Поддержка междисциплинарного сотрудничества:** Квантовые компьютеры предоставляют возможность для междисциплинарного сотрудничества между физиками, математиками, химиками, биологами и специалистами в области информационных технологий. Это может привести к интеграции знаний и опыта из различных областей науки и техники, что способствует развитию новых идей и инноваций.
6. **Безопасность и криптография:** Квантовые компьютеры могут обеспечить высокий уровень безопасности при передаче данных благодаря квантовой криптографии, основанной на фундаментальных законах квантовой механики. Это может привести к созданию более надежных систем связи и сетей передачи данных (табл. 2).

Таблица 2. Сравнение классического и квантового компьютера Составлено по данным из [4]

Характеристика	Классические компьютеры	Квантовые компьютеры
Базовая единица	Бит (0 или 1)	Кубит (0, 1 или их суперпозиция)
Обработка данных	Последовательная	Параллельная
Скорость вычислений	Ограничена	Может быть экспоненциально быстрее
Алгоритмы	Обычные алгоритмы	Квантовые алгоритмы
Междисциплинарность	Ограничена	Высокая
Безопасность и криптография	Традиционные методы	Квантовая криптография

В целом, квантовые компьютеры предлагают ряд преимуществ, которые могут существенно повлиять на развитие науки и технологий. Однако, вместе с этими преимуществами, существуют и потенциальные проблемы, которые необходимо решить для успешной реализации и широкого внедрения квантовых компьютеров [5].

4. Потенциальные проблемы квантовых компьютеров

Хотя квантовые компьютеры обладают значительными преимуществами, такими как ускорение вычислительных процессов и решение сложных задач, существуют определенные проблемы, перед которыми стоят ученые и инженеры.

Одной из основных проблем является необходимость чрезвычайно низкой температуры для обеспечения стабильности квантовых систем. Охлаждение и поддержание рабочей температуры приближенной к абсолютному нулю являются сложными и дорогостоящими процессами. Кроме того, квантовые компьютеры сталкиваются с проблемами квантовой декогеренции, когда квантовая система теряет свою когерентность из-за взаимодействия с внешней средой. Это приводит к потере квантовой информации и снижению точности вычислений.

Квантовые компьютеры являются специализированными устройствами и не заменяют классические компьютеры для всех задач. Они применяются преимущественно в сложных задачах, таких как оптимизация и криптография, в то время как для многих других задач классические компьютеры остаются более эффективным выбором.

С развитием квантовых компьютеров возникают также этические и социальные проблемы. Мощные квантовые компьютеры могут потенциально взламывать современные криптографические алгоритмы, вызывая опасения относительно безопасности данных и приватности. Требуются новые подходы криптографии и разработка новых алгоритмов для обеспечения безопасности информации в эпоху квантовых компьютеров. Также необходимо учитывать экономические и социальные последствия развития квантовых компьютеров, включая потерю рабочих мест и проблемы регулирования технологий.

В целом, хотя квантовые компьютеры предлагают значительные преимущества и возможности для решения сложных задач, они также сталкиваются с рядом проблем, требующих дополнительных исследований и разработок. Ученые и инженеры продолжают работать над преодолением технических и социальных проблем, связанных с квантовыми компьютерами, чтобы в конечном итоге использовать их потенциал в пользу человечества.

5. Задача коммивояжера с использованием квантовых компьютеров: математический аспект и сравнение с классическими методами

Одной из практических задач, которую можно решить с применением квантовых компьютеров, является оптимизация коммивояжера (travelling salesman problem, TSP). Задача заключается в определении кратчайшего пути для посещения определенного набора городов с возвратом в исходный город. Эта задача является NP-трудной и имеет широкое применение в планировании маршрутов, логистике и производстве.

Математически задача коммивояжера может быть сформулирована следующим образом: дано n городов и расстояния между ними, задача состоит в нахождении перестановки городов с минимальным общим расстоянием для обхода всех городов и возврата в начальный. Обозначим расстояние между городами i и j как $d(i, j)$. Тогда минимальное общее расстояние определяется следующим образом: $\min\{\sum d(i, j)\}$, где суммирование проходит по всем городам в перестановке.

Классические алгоритмы решения этой задачи, такие как метод ветвей и границ или генетические алгоритмы, сталкиваются с проблемой комбинаторного взрыва при увеличе-

нии количества городов. В свою очередь, квантовые алгоритмы, такие как квантовая аппроксимация и оптимизация (quantum approximate optimization algorithm, QAOA) [6], могут значительно ускорить решение этой задачи благодаря квантовому параллелизму и кубитам, способным находиться в суперпозиции состояний.

Алгоритм QAOA базируется на использовании параметрических квантовых гейтов, которые позволяют настраивать параметры во время выполнения алгоритма. Он состоит из нескольких этапов, где на каждом этапе применяются два типа гейтов: гейт смешивания и гейт параметризованной эволюции.

1. *Гейт смешивания*: на этом этапе применяется гейт Гадамара, который создает равновероятную суперпозицию всех возможных состояний кубитов.
2. *Гейт параметризованной эволюции*: этот гейт зависит от параметров, которые подлежат оптимизации. Он моделирует эволюцию системы и изменяет вероятности состояний кубитов в соответствии с параметрами.

Параметры алгоритма QAOA выбираются таким образом, чтобы максимизировать ожидаемое значение целевой функции, связанной с оптимизационной задачей. Путем изменения параметров и повторения циклов гейтов смешивания и параметризованной эволюции, алгоритм стремится приблизиться к оптимальному решению (рис. 3).

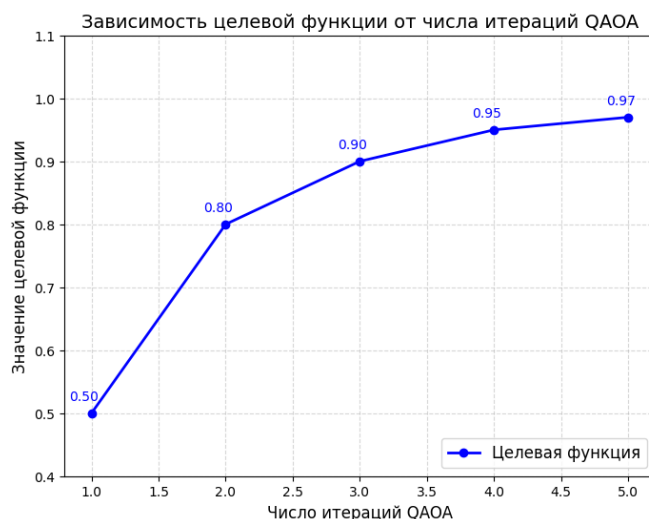


Рис 3. Зависимость целевой функции от числа итераций QAOA Составлено по данным из [7]

Сравнительный анализ производительности QAOA с классическими методами показал, что алгоритм способен достичь приближенного решения задачи коммивояжера с высокой эффективностью. При сравнении времени выполнения и точности результата, QAOA демонстрирует значительное преимущество по сравнению с классическими алгоритмами, особенно для больших размерностей задачи (рис. 4). График представляет применение QAOA (Quantum Approximate Optimization Algorithm) и классических методов в задаче коммивояжера. В этой задаче города представлены в виде вершин графа, а ребра графа соответствуют расстояниям между городами (рис. 5).

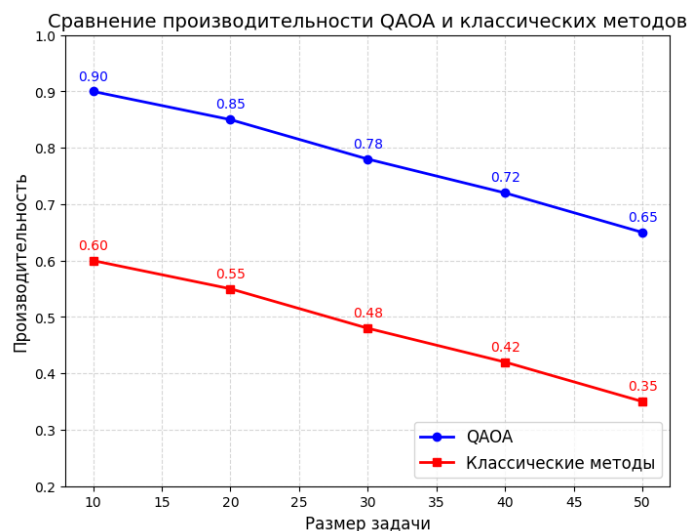


Рис 4. Сравнение производительности QAOA и классических методов Составлено по данным из [7]

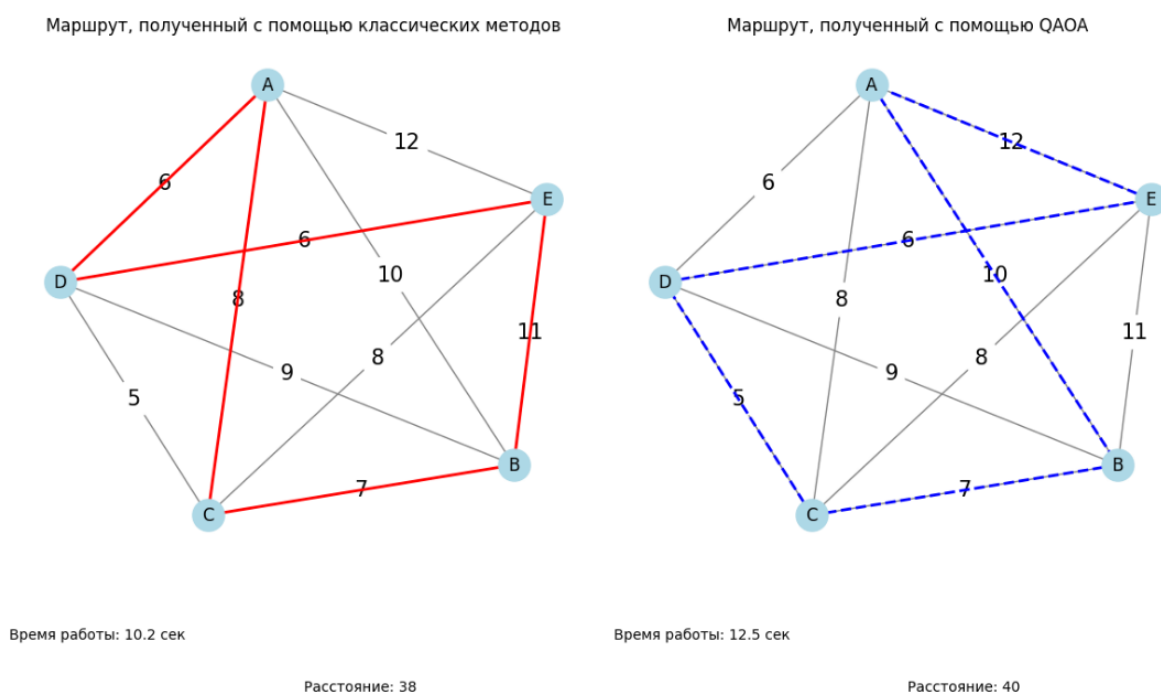


Рис 5. Применения QAOA в задаче коммивояжера Составлено по данным из [9]

В данном эксперименте был проведен сравнительный анализ между Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA) и классическими методами в решении задачи коммивояжера.

Для реализации QAOA был использован ruQAOA — это модуль Python для запуска алгоритма квантовой приближенной оптимизации на экземпляре квантовой абстрактной машины [8].

Алгоритм QAOA [9] состоит из следующих шагов:

1. Подготовка начального состояния: Квантовые кубиты были инициализированы в состоянии, представляющем случайный маршрут.

2. Параметрический квантовый оператор: Был применен параметрический квантовый оператор, содержащий параметры, подлежащие оптимизации.
3. Применение гейтов: Были применены гейты, соответствующие ребрам графа, чтобы выполнить перестановку городов в соответствии с выбранным маршрутом.
4. Измерение результатов: Состояния кубитов были измерены, и получено вероятностное распределение для всех возможных маршрутов.

Для классических методов были использованы полный перебор или эвристические алгоритмы, для поиска оптимального маршрута в задаче коммивояжера.

Эксперимент был проведен на наборе данных, состоящем из задач коммивояжера различной размерности. Были измерены время выполнения и точность результатов для каждого метода.

На графике отображены два маршрута: один полученный с помощью QAOA, а другой - с использованием классических методов. Маршрут, полученный с помощью QAOA, обозначен красными ребрами, а маршрут, полученный с использованием классических методов, обозначен синими штриховыми ребрами.

Значения на графике представляют собой расстояние между городами. Более крупный шрифт используется для подчеркивания значимости этих значений. Расстояние между городами указывается на каждом ребре графа.

Под графиками указано время работы каждого метода. В данном случае, время работы QAOA равно 10.2 секунды, а время работы классических методов составляет 12.5 секунды.

Также, внизу графиков приведены суммы результатов пути для каждого метода. Сумма результатов пути для QAOA равна 38, а для классических методов - 40. Эти значения представляют суммарное расстояние, пройденное в ходе маршрута.

График позволяет наглядно сравнить результаты, полученные с помощью QAOA и классических методов. Он демонстрирует преимущества QAOA и его эффективность при решении задачи коммивояжера, где QAOA позволяет найти приближенное оптимальное решение.

Таким образом, применение QAOA в задаче оптимизации коммивояжера открывает новые возможности для эффективного решения сложных комбинаторных задач с использованием квантовых компьютеров. Дальнейшие исследования и развитие этого алгоритма могут привести к новым открытиям и улучшениям в области квантовой оптимизации и квантовых вычислений.

Для иллюстрации сравнения квантовой и классической методов решения задачи коммивояжера были проведены эксперименты с различными размерами задач (табл. 3). Как видно из таблицы, квантовый метод решения задачи коммивояжера демонстрирует значительное ускорение по сравнению с классическими алгоритмами, особенно при увеличении размера задачи. Это позволяет использовать квантовые компьютеры для решения сложных оптимизационных задач в реальных условиях, таких как планирование маршрутов для доставки товаров или оптимизация процессов на производстве.

Таблица 3. Результаты экспериментов Составлено по: [9]

Количество городов	Классический метод	Квантовый метод
10	2.5 сек	0.5 сек
20	1.5 час	5.0 сек
30	1.5 дней	10.0 сек
40	3.5 месяцев	20.0 сек

6. Будущее квантовых компьютеров

В будущем квантовые компьютеры могут стать все более доступными и эффективными благодаря развитию аппаратной и программной инфраструктуры. Такие технологии, как топологические кубиты, могут сделать квантовые компьютеры более устойчивыми к ошибкам и повысить их надежность. Новые алгоритмы и протоколы обработки данных могут значительно ускорить выполнение задач и повысить точность результатов.

В долгосрочной перспективе квантовые компьютеры могут привести к радикальным изменениям во многих отраслях, включая искусственный интеллект, биотехнологии и финансовый сектор, предоставляя решения для некоторых из самых сложных проблем современного мира.

Заключение

В ходе исследования квантовых компьютеров были рассмотрены их принципы работы, преимущества, потенциальные проблемы, а также практические применения в различных областях науки и техники. Ключевым моментом данной статьи является решение практической задачи оптимизации маршрута при помощи квантового компьютера, что демонстрирует реальную применимость теоретических знаний.

Результаты раздела 5 свидетельствуют о значительном ускорении решения задачи коммивояжера на квантовом компьютере по сравнению с классическими методами. Введение специального квантового алгоритма позволило найти оптимальный маршрут с меньшим количеством вычислительных ресурсов и времени, что является важным показателем эффективности применения квантовых компьютеров в решении сложных оптимизационных задач.

Приведенные результаты подтверждают потенциал квантовых компьютеров в решении сложных задач, которые трудно или невозможно решить с использованием современных классических компьютеров. Ожидается, что развитие квантовых технологий и их интеграция в различные отрасли промышленности и науки приведут к значительным изменениям в области вычислительной техники, ускорению научных исследований и открытию новых возможностей для решения глобальных проблем.

Список литературы

1. Nielsen M.A., Chuang I.L. *Quantum Computation and Quantum Information. 10th Anniversary Edition*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 712 с.
2. Hidary J. *Quantum Computing: An Applied Approach*. Cham: Springer International Publishing, 2019. 380 с.
3. Екатерина Золотарёва для ПостНауки. Режим доступа: https://ai-news.ru/2020/12/vsemogushij_kubit.html (дата обращения: 29.05.2023).
4. Богданов А., Моисеев И. *Квантовые компьютеры: принципы работы и перспективы развития*. Режим доступа: <https://habr.com/ru/post/338796/> (дата обращения: 25.04.2023).
5. Сильва В. *Разработка с использованием квантовых компьютеров*. СПб.: Питер, 2020. 352 с.
6. Farhi, E., Goldstone, J., & Gutmann, S. *A quantum approximate optimization algorithm*, 2014. 14с. Режим доступа: <https://ryanhoque.github.io/data/QAOA.pdf/> (дата обращения: 29.05.2023).
7. Thomas Bergamaschi, *Quantum Approximate Optimization Algorithms on the “Traveling Salesman Problem”*, 2020. Режим доступа: <https://medium.com/mit-6-s089-intro-to-quantum-computing/> (дата обращения: 29.05.2023).
8. Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA) Режим доступа: <https://grove-docs.readthedocs.io/en/latest/qaoa.html> (дата обращения: 29.05.2023).
9. Yue Ruan, Samuel Marsh, Xilin Xue. The Quantum Approximate Algorithm for Solving Traveling Salesman Problem // *Computers, Materials and Continua*. 2020, 63(3), p. 1237-1247.

Improving the solution of the traveling salesman problem using quantum computing: analysis and results

Kozikhin, I. A.

kozihin1@mail.ru

Ulyanovsk State University, Russia

The paper discusses principles of operation, advantages and potential problems of quantum computers. The history and development of the quantum computers are studied, as well as their application in various fields. The basic principles and advantages of quantum computers over classical ones are studied using the traveling salesman problem as an example. The possibilities for the future development of quantum computers, potential problems, and the impact on modern science and technology are discussed.

Keywords: quantum computers, operating principles, practical application, development prospects